

市立武陵高中 110 學年度第一學期第一次期中考高二數學科(數學 B)試題卷

★可使用計算機

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 32 分；答錯一個選項，可得 5 分；答錯兩個選項，可得 2 分；答錯 3 個以上或沒作答不予計分)

1. () 下列哪些選項沒有意義？ (A) $\log_1 2$ (B) $\log_3 \sqrt{2}$ (C) $\log_{(-2)} 4$ (D) $\log_0 1$
(E) $\log_{\sqrt{3}-1}(1-\sqrt{2})$
2. () 關於兩函數 $y=2^x$ 與 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 圖形的敘述，下列哪一個選項正確？ (A) 兩圖形不相交 (B) 兩圖形對稱於 x 軸 (C) 兩圖形均在 x 軸上方 (D) $y=2^x$ 的圖形恆在 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形上方 (E) x 軸為共同的漸近線
3. () 下列哪些選項是正確的：_____
- (A) $\log_{10}(8+9) = \log_{10} 8 + \log_{10} 9$; (B) $\log_{10} \frac{2}{3} = \log_{10} 2 - \log_{10} 3$;
(C) $\log_4 9 = \log_2 3$ (D) $\log_2 3^2 = (\log_2 3)^2$ (E) $\log_{18} 23 \log_9 8 = \log_{18} 8 \log_9 23$ 。
4. () 考慮函數 $f(x) = 10^x$ 與 $g(x) = \log x$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) 兩圖形均過點(0,1)；
(B) 兩圖形均由左而右逐漸上升；
(C) 若 $x_1 \neq x_2$ ，點 $A\left(\frac{x_1+x_2}{2}, f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 在點 $B\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}\right)$ 的上方；
(D) 若 $P、Q$ 為 $g(x) = \log x$ 的圖形上兩相異點，則直線 PQ 之斜率必為正數；
(E) 若直線 $y = 15x$ 與 $y = f(x)$ 的圖形有兩個交點，則直線 $y = \frac{1}{15}x$ 與 $y = g(x)$ 的圖形也有兩個交點。

二、填充題：(共 68 分，配分如下表)

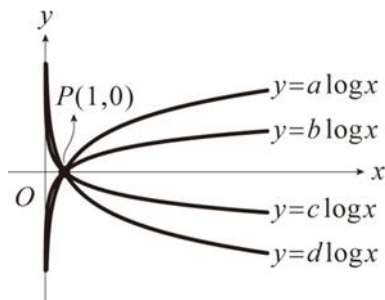
| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 得分 | 8 | 16 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 58 | 62 | 65 | 68 |

1. 求下列各式的值：

(1) $\log 216 + \log 75 - \log 162 =$ _____ ; (2) $2021^0 + 3^{\log_3 4} + 2 \log_5 \frac{1}{25} =$ _____。

2. 設 $a = \log 3$ ， $b = \log 5$ ，試以 a 、 b 表示 $\log_{45} 60 =$ _____

3. 常用對數函數 $y = a \log x$ ， $y = b \log x$ ， $y = c \log x$ ， $y = d \log x$ 配置如圖，試將實數 a 、 b 、 c 、 d 由小到大排列。_____



4. 舜舜再過 2 個月就要過 6 歲生日了，舜舜的媽媽想幫他存錢唸大學，於是將身上僅有的 100 萬元放入銀行生利息，若銀行半年算一次利息且為複利計算，銀行的年利率 4%，則 12 年後，可以領出多少千元讓舜舜上大學？_____ (使用計算機，四捨五入至千位數)

5. 將 $y = f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的圖形對稱 y 軸後上移 2 單位，左移 3 單位，可得函數 $y = g(x)$ 的圖形，求 $g(x) =$ _____。

6. 心理學家常用數學模型 $L(t) = a(1 - 10^{-bt})$ 來描述學生經過 t 週的學習之後所得的成果，此處的常數 a 、 b 會與學生及學習的科目有關。婷婷 一週可以背熟 80 個英文單字，兩週可以背熟 150 個英文單字，則三週後，婷婷 可以背熟 _____ 個英文單字。(四捨五入至整數位)

7. 若 $x > 0$ 且 $\log\left(x + \frac{x}{5}\right) = \log(x) + \log \frac{x}{5}$ ，求 x 之值。_____

8.萱萱將本金 1 萬元存入銀行、在年利率 100% 的情形下，以一年複利一次（此時利率為 $100\%=1$ ）、每半年複利一次（此時利率為 $100\%\div 2=0.5$ ）、每季複利一次（此時利率為 $100\%\div 4=0.25$ ）…，一年後得到的本利和列出如下表（單位：萬元）。

| 計息週期 (多久複利一次) | 每期的利率 $\frac{100\%}{n}$ | 一年 (n 期) 的本利和 $1\times\left(1+\frac{100\%}{n}\right)^n$ |
|------------------|--------------------------------|--|
| 一 年 | $100\%=1$ | $(1+1)^1=2$ |
| 半 年 | $100\%\div 2=0.5$ | $(1+0.5)^2=2.25$ |
| 一 季 | $100\%\div 4=0.25$ | $(1+0.25)^4\approx 2.4414$ |
| 一個月 | $100\%\div 12\approx 0.0833$ | $(1+0.0833)^{12}\approx 2.61207$ |
| 一 天 | $100\%\div 365\approx 0.00274$ | $(1+0.00274)^{365}\approx 2.71484$ |
| 一小時 | (A) | (C) |
| 一分鐘 | (B) | (D) |

由上表可看到，計息次數愈多，本利和愈大，而且會大約趨近一個定值；事實上，當一年內計息次數愈來愈多次時，本利和並不會無上限的愈來愈大，而會趨近一個固定的常數，我們將這個常數記做 e 。設每小時計息的本利和為 m 萬元。每分鐘計息的本利和為 n 萬元 (m, n 均四捨五入到小數點後第 5 位)，求 m 與 n 的差距

$|m-n|=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9.若 $x(\log 5)=2$ ，則 $5^x+5^{-x}=\underline{\hspace{2cm}}$

10.氣象學者研究發現：龍捲風中心風速 v 與行進距離 d 有關，其關係式

$$v=65+93\log d$$

其中 v 為中心風速(英里/小時)， d 為行進距離(英里)

則中心風速 200 英里/小時的行進距離是中心風速 100 英里/小時行進距離的幾倍？

 (四捨五入到整數位)

11.孿生質數 (Twin Primes)，就是指相差 2 的質數對，例如 3 和 5，5 和 7，11 和 13。

目前已知最大的孿生質數

$$2,996,863,034,895\times 2^{1,290,000}\pm 1$$

於 2016 年 9 月 14 日發現，請問它們共有 位數。

市立武陵高中 110 學年度第一學期第一次期中考高二數學科(數學 B)答案卷

班級： 座號： 姓名：

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 32 分；答錯一個選項，可得 5 分；答錯兩個選項，可得 2 分；答錯 3 個以上或沒作答不予計分)

| | | | |
|------|----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| ACDE | CE | BCE | BDE |

二、填充題：(共 68 分，配分如下表)

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 得分 | 8 | 16 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 58 | 62 | 65 | 68 |

| | | | |
|---------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 1.(1) 2 | 1.(2) 1 | 2. $\frac{a-b+2}{2a+b}$ | 3. $a > b > c > d$ |
| 4. 1608 千元 | 5. $3^{x+3}+2$ | 6. 211 | 7. 6 |
| 8. 0.00015 | 9. $100 \frac{1}{100}$ | 10. 12 | 11. 388,342 |

市立武陵高中 110 學年度第一學期第一次期中考高二數學科(數學 B)答案卷

班級： 座號： 姓名：

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 32 分；答錯一個選項，可得 5 分；答錯兩個選項，可得 2 分；答錯 3 個以上或沒作答不予計分)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

二、填充題：(共 68 分，配分如下表)

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 題數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 得分 | 8 | 16 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 58 | 62 | 65 | 68 |

| | | | |
|-------|-------|-----|-----|
| 1.(1) | 1.(2) | 2. | 3. |
| 4. | 5. | 6. | 7. |
| 8. | 9. | 10. | 11. |