

半導體量子點與量子資訊

文/ 陳柏中



本文介紹利用半導體量子點來處理量子資訊的幾種架構。主要探討如何定義及操控電荷，自旋，及激子等三種類別的半導體量子點量子位元。

一、前言

我們知道數位化資訊處理的精隨是將資訊化約為二進位的表現方式，也因此二進位的 0 和 1 形成了數位化資訊處理的最小單位：「位元(bit)」。在真實的系統中，位元並非抽象的存在，我們總是需要利用某真實物理系統的兩種狀態來對應到位元的 0 跟 1。同樣的道理，一個量子資訊處理器總是需要真實的量子物理系統來體現量子資訊的最小單位：「量子位元(qubit)」。而為了實現量子計算，我們更必須確保在整個量子計算的過程中，量子位元能保持其量子特性並按照量子力學的原理演化其量子態。然而因為量子物理系統的量子效應常常是非常脆弱的，體現量子位元比體現傳統位元困難了許多。量子物理系統的量子同調性(quantum coherence)非常容易因為跟環境或是其他物理系統的交互作用而破壞，留下一個古典物理就足以描述的系統。而這樣的系統將不足與支撐量子運算。因此尋找一個能夠滿組量子位元及量子計算嚴苛要求的物理系統一直是量子資訊學的核心課題之一。

陳柏中

美國聖地牙哥大學物理博士

國立清華大學物理系助理教授

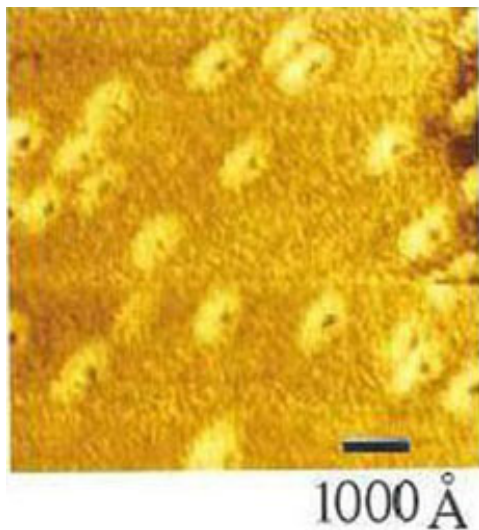
E-mail: pcchen@phys.nthu.edu.tw

在量子資訊學發展的初期，D. P. DiVincenzo [1] 就曾經提出一個好的量子計算物理體系應該有的五個要素：

1. 要有定義明確，容易擴充(scalable)的量子位元系統。
2. 要能夠把量子位元初始化成如 $|000\dots\rangle$ 這類特殊而有用的起始態。
3. 量子位元要有夠長的去同調時間(decoherence time)。
4. 要能夠對量子位元實現普世量子邏輯閘。
5. 要能夠高效率的量測量子位元。

隨著量子資訊的發展，其他可能的替代要素也不斷被提出。但是這五個要素至今依然是大部分量子計算物理系統在設計時所追求的目標。1997 年 Daniel Loss 跟 David P. DiVincenzo 提出了利用半導體量子點來體現量子位元的構想[2]。這個構想背後的著眼點是讓量子資訊跟成熟的半導體技術接軌，應用越來越成熟的奈米尺度的技術及量子點的量子侷限效應來體現、控制量子位元及確保量子位元的量子性。這個構想引起非強大的回響，許多研究團隊紛紛投入量子點量子位元的理論及實驗的研究。至今量子點依然被視為最有潛力的量子位元系統之一，許多早期的構想也逐步被實驗的團隊成功的驗證。以下我們將簡單介紹

半導體量子點的製程方式、物理性質，及幾個利用量子點實現量子計算的架構。

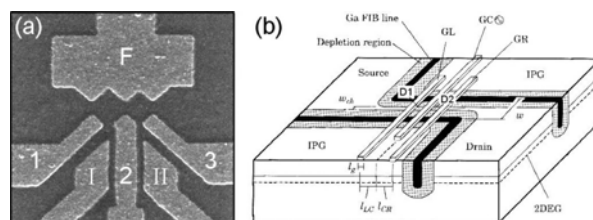


圖一：在 GaAs 上長成的自聚型 InAs 量子點的 STM 影像（取自 Ref.4）。

二、半導體量子點的製程方式

半導體量子點是用半導體材料製造產生，讓電子在三個空間方向通通被侷限的人工結構[3]。首先我們簡介量子點的製程方式。根據使用材料跟製造過程的不同，我們可以製造出數種類別的量子點，其中跟量子資訊關係最密切的兩類量子點為：(1)自聚型量子點（self-assembled quantum dot）及（見圖一）及(2)閘極控制量子點(gate-controlled quantum dot)（見圖二）。自聚型量子點製程的基本步驟是將兩種晶格常數略微不同的半導體材料中的一種透過分子數磊晶(MBE)或化學氣相沈積(CVD)的方式長在另外一種的表面。例如把 InAs 長在 GaAs 的表面，或是把 Ge 長在 Si 表面。長晶的過程中，晶格常數差異產生的張力會讓在上層的 InAs 或 Ge 自然聚集成金字塔型的量子點。透過這種方法，可以在量子井的二維平面上長出大量形狀類似的量子點，甚至可以讓這些量子點排列成有序的樣式。另一方面，閘極控制量子點製造的基礎是利用半導體異質結構產生的低密度、高電子遷移率的二維電子氣平面系統。然後利用鍍接的金屬電極

針對二維電子氣施加偏壓，將電子侷限在某一小範圍內，形成量子點。其他還有利用化學溶膠法或是微影蝕刻的方式製造成的量子點。然而不論是哪種類型的量子點，它最重要的物理性質都是因為三個方向都被侷限而產生的近似零維結構，及因此產生的離散的能階。這種跟原子一樣的離散能階也是人們把量子點稱呼為人工原子的原因。離散的能階跟三維的塊材，二維的量子井及一維的量子線所有的連續能階極為不同，因為連續能階不容定孤立出特定的態作為量子位元，反之離散的能階則很容易體現成為量子位元。



圖二：閘極控制的雙量子點的 SEM 圖像及示意圖（取自 Ref[5]）。

三、量子位元

要利用半導體量子點來處理量子資訊，首先我們必須明確的定義如何將量子點中的量子態對應到 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 這兩個量子位元狀態。根據使用的自由度的不同，量子點量子位元的定義法可以粗分為三類：(1)電荷類(charge qubit)：利用量子點中的電荷數來定義量子位元；如沒有外加電子時為 $|0\rangle$ ，多一個外加電子時為 $|1\rangle$ 。(2)自旋類(spin qubit)：首先確保量子點中剛好多一個外加電子，然後使用這個外加電子的兩個獨立的自旋態來代表量子位元。(3)激子類(exciton qubit)：量子點也允許帶正電的電洞(hole)量子態。當量子點中同時有一個電子及一個電洞被激發的時候，電子和電洞會透過庫倫作用力產生束縛態，這個束縛態就是激子。我們可以把沒有激子對應到 $|0\rangle$ ，而一個激子對應到 $|1\rangle$ 。

四、量子邏輯閘

對量子位元實施量子控制、體現量子邏輯閘是量子資訊處理不可或缺的一環。由於單一或雙量子點的控制及量測是非常困難的事情，在量子邏輯閘的研究上一直有理論領先實驗的現象。以下針對上面提到的三類量子點量子位元，每類介紹一種代表性的實現量子邏輯閘的構想。

首先介紹激子類的量子位元[6,7]：一般而言，三五族半導體的價電帶的頂部的角動量為 $J = \frac{3}{2}$ 。根據

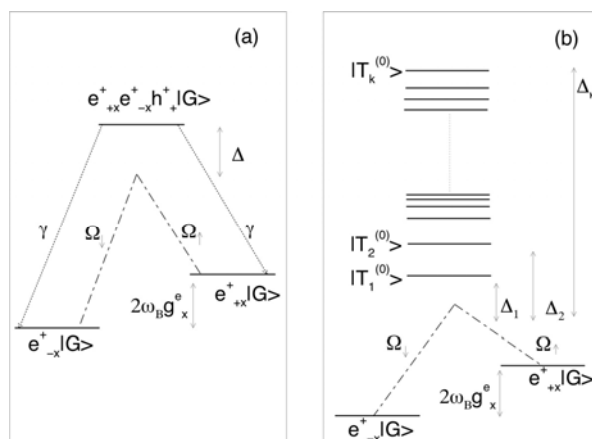
垂直方向有效質量的不同，其中 $J_z = \pm \frac{3}{2}$ 的態被稱為

重電洞 (heavy hole) 而 $J_z = \pm \frac{1}{2}$ 的態被稱為輕電洞

(light hole)。在量子點中，由於量子侷限效應的關係，輕重電洞的能量不再簡併，而通常是重電動處在價電帶的頂部。當雷射光脈衝從 z 方向射入量子點的時候，價電帶的電子便可以吸收光的能量，躍遷到導電帶。這個過程會同時產生電子（價電帶）及重電洞（導電帶）。產生的電子、重電洞會更進一步在透過庫倫力形成激子。透過改變雷射的能量，我們可以控制要激發的是哪個能階的電子及重電動組合成的激子。因為光激發的過程中角動量是守恆的，所以透過雷射光的左旋、右旋，便可以控制產生的激子是左旋還是右旋的。我們可以把左旋的激子當成第一個量子位元，把右旋的激子當成第二個量子位元，這樣一個量子點中就允許有兩個量子位元的存在。而透過雷射光的自旋可以控制產生第一個或是第二個量子位元。當量子點中已經有一個左旋的激子時，如果再射入右旋的雷射光脈衝，新激發的右旋激子會跟原本的左旋激子透過庫倫力形成雙激子束縛態 (bounded biexciton)。由於雙激子的束幅能跟單激子的束幅能不同，我們可以利用這個能量差，配合雷射光的自旋及頻率來達成雙量子位元的條件邏輯閘 C-NOT[6]。如果為了減少量子去同調的影響需要要加快邏輯閘的運算速度，也可以使用雷射組合脈衝來達成[7]。量子點

激子量子位元的構想在近幾年以逐漸被實驗的研究群所驗證[8]，但是這個構想並不容易直接擴充到多個量子位元的情況。要如何讓不同的量子點中的量子位元能夠相互溝通不是一件容易的事情。這個缺點在自旋類的量子點中可能比較容易被解決。

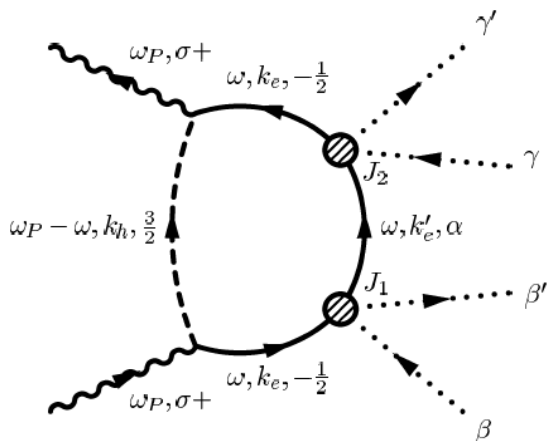
接下來介紹量子點自旋量子位元的操控方式。首先我們可以利用偏壓的方式將一顆價電帶的電子導入量子點。在沒有任何外場的情況下，每個方向的電子自旋態的能量都是簡併的。為了要明確的定要出量子位元，必須引入一個 x 方向的外加靜磁場。在這個磁場下自旋為 $\pm x$ 的態是本徵態，而且也能量不同，這樣我們就能夠明確的定義我們的量子位元。雖然理論上我們可以透過另一個方向、隨時間變動的外加磁場來控制自旋方向的改變，進而形成單一量子位元的邏輯閘。但是外加磁場很難局部化的只影響單一的量子點，調控的速度也無法太快。為了突破這些問題，使用光學控制是另外一種可能性。



圖三：自旋 $\pm x$ 的兩個態與三激子之間的光學躍遷路徑。(取自 Ref 9)。

但是自旋 $\pm x$ 的兩個態之間並沒有直接的光學躍遷路徑，這時候需要另外一個態來當中間態連接兩個自旋態。當量子點中已經有一個電子時，如果一個光學脈衝產生一個激子，則這個激子會和原來的電子束縛產生一個帶負電的三激子 (Negative trion)。這樣的三激子可以扮演中間態的角色（參見圖三），兩個

自旋態跟三激子態之間都有直接的光學躍遷，這便形成所謂的光學 Λ 系統。這類的系統，可以透過受激絕熱拉曼過程(Stimulated Raman adiabatic passage)來輕易的實現單一量子位元的邏輯閘[9]。要注意的是，由於三激子的生命期並不長，所以當我們利用三激子當中間態來控制兩個自旋態的時候，我們必然會引入讓量子位元去同調的因子。為了要減少去同調的效應，我們必須調整光脈衝的能量不和光學躍遷能量完全吻合。

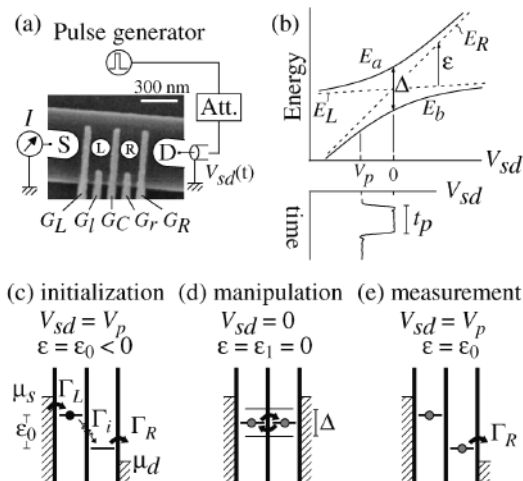


圖四：光學 RKKY 作用力示意圖。(取自 Ref 10)。

不同量子點之間的電子自旋之間並沒有直接的做用力，也沒有直接的光學躍遷路徑。一種利用光學方式讓不同量子點之間的電子自旋產生作用的可能方式為「光學 RKKY 作用力」(參見圖四) [10]。光學 RKKY 作用力的原理是利用頻率低於激子能量的光學脈衝產生虛的、存活在量子井中的非定域(de-localized)激子。激子中的電子會跟鄰近範圍內的兩量子點中的電子產生交換作用力(exchange interaction)。從量子點電子的角度來看，兩個量子點中的兩個電子透過交換激子後產生了有效作用力，且這作用力是海森堡形式。透過這個不同量子點的電子自旋之間的海森堡做用力，便可以建照所需要的雙量子位元邏輯閘。由於激發的激子是非定域的，更容易引入更多的去同調因子。為了減少去同調效應，激發激子的光脈衝頻率應略低為激子的能量，確保產生的是虛的激子。

最後介紹電荷量子位元的操控方式。在使用電荷作為量子位元的構想中，以雙量子點電荷位元最常見，也累積的最多的實驗結果[11]。在這個架構中，我們將考慮兩個鄰近的閘極控制量子點。其中左邊的量子點和源極(source)之間有弱耦合，且耦合常數為 Γ_L ，而右邊的量子點和汲極(drain)之間有弱耦合，且耦合常數為 Γ_R 。源極-汲極之間的電位差需要維持在小的範圍內。由於庫倫屏蔽(Coulomb blockade)效應關係，在適當的調整系統的參數後，兩個量子點總共只能包含一個電子。這時候我們便可以把當電子處在左邊的量子點時對應到 $|0\rangle$ ，處在右邊時對應到 $|1\rangle$ ，形成這系統的量子位元。若令兩個量子點的能階為 ε_1 及 ε_2 (可透過閘極控制)，則雙量子點的漢密敦量可以表示成 $H = \frac{1}{2} \varepsilon(t) \sigma_z + \frac{1}{2} \Delta \sigma_x$ ，其中

$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ，而 Δ 表示兩個量子點之間的穿隧係數。透過改變源極-汲極之間的電位差，可以動態改變 $\varepsilon(t)$ 的大小，產生用以控制系統的動態漢密敦量。要初始化量子位元時，需要將源極-汲極電位差調大，並利用閘極將電子點的能階調整到源極和汲極電位之間。再適當調整 Γ_L 及 Γ_R 後，電子會自然的流向左邊的量子點，讓系統的狀態初始化為 $|0\rangle$ 。要產生量子邏輯閘時，必須要把源極-汲極電位差快速調節至零。這時候雙量子點系統跟其他系統幾乎沒有耦合，將會依照雙量子點的漢密敦量演化，因為 $|0\rangle$ 跟 $|1\rangle$ 並非漢密敦量的本徵態，電子便會在兩個量子位元態之間震盪。等到需要量測的時候，首先我們必須確保電子震盪到了右邊的量子點。然後將源極-汲極電位差快速加大，此時電子便能穿隧到汲極並對電流產生貢獻。這時候再對電流做詳盡的量測，便可以回推出量子位元的狀態。



圖五：(a)雙量子點量子位元示意圖。(b)源極汲極電位差跟量子點能量的關係。(c)~(e)初始化，控制，及量測時各種參數關係示意圖。(取自 Re 11)。

五、結語與展望

以上簡單介紹了幾種利用半導體量子點實現量子計算的可能架構。經過十幾年的研究，目前在一個或兩個量子位元的層次，實驗上已經可以做到相當好的量子控制及量子量測。但是要推進到三個以上的量子位元時，不論在理論層次還是實驗層次上的困難度及複雜度都將急速增加。另外一個實踐量子計算的主要障礙是量子去同調效應。在上述的系統中，量子去同調也是一個毀滅性的因子，但是量子控制及量測的速度尚足以批配。但是當量子位元的個數繼續增加的時候，量子去同調的效應會帶來更嚴峻的考驗。因此在這個系統中以目前的實驗技術還難以實踐三個以上的量子位元的量子計算。但是隨著半導體奈米技術的進一步發展，及研究者對量子去同調等問題的更深入的了解，量子點量子位元在可見的未來依然是最有潛力的量子位元系統之一。

參考資料

- [1] http://researchweb.watson.ibm.com/ss_computing/
- [2] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- [3] W.G. van der Wiel, *et al.*, Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003).
- [4] M. E. Rubin, G. Medeiros-Ribeiro, J. J. O'Shea, M. A. Chin, E. Y. Lee, P. M. Petroff, and V. Narayanamurti, Phys. Rev. Lett. **77**, 5268, (1996)。
- [5] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. S. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, L.P. Kouwenhoven, L. P, Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003).
- [6] P. Chen, C. Piermarocchi, and L. Sham, Phys. Rev. Lett. **87**, 67401 (2001).
- [7] C. Piermarocchi, P. Chen, Y.S. Dale, and L. Sham, Phys. Rev. B **65**, 075307 (2002).
- [8] Gang Chen, T. H. Stievater, E. T. Batteh, Xiaoqin Li, D. G. Steel, D. Gammon, D. S. Katzer, D. Park, and L. J. Sham, Phys. Rev. Lett., **88**, 117901 (2002)
- [9] Pochung Chen and C. Piermarocchi and L. J. Sham and D. Gammon and D. G. Steel, Phys. Rev. B, **69**, 075320 (2004).
- [10] C. Piermarocchi, Pochung Chen, L. J. Sham, and D. G. Steel, Phys. Rev. Lett. **89**, 167402 (2002).
- [11] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **91**, 226804 (2003).