

2000 年第一屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十一屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

- 一、一彈簧系統由力常數為 k ，自然長度為 ℓ_0 的一條彈簧和質量分別為 M 和 m 的二木塊所組成。此系統被置放在一光滑的水平桌面上，左方木塊 M 依靠牆壁，如圖 1 所示。今有另一質量亦為 m 的木塊自右方以速度 v_0 撞向此一彈簧系統，碰撞後兩質量為 m 的木塊黏在一起構成新的彈簧系統。由碰撞後瞬間開始計時，求

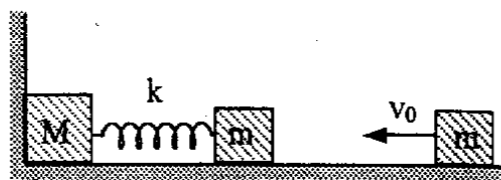


圖 1

- (a) 此新的彈簧系統作用於牆壁之力與時間的關係，並畫出其關係圖線。
- (b) 碰撞後，黏合木塊(質量為 $2m$)所受之作用力與時間的關係，並畫出其關係圖線。
- (c) 取牆壁處為坐標的原點，求黏合木塊之位置坐標與時間的關係，並畫出其關係圖線。

【註】各木塊可視為質點處理；在各圖中需標出各關鍵點，如振幅、週期...等之數值。

- 二、如圖 2 所示，一質量為 M ，半徑為 R 的薄圓盤，鉛直豎立在光滑的水平桌面上。在盤面上水平直徑的兩端各連接一條彈簧，兩彈簧的另一端則固定在牆壁上，圓盤可以在鉛直面上自由滾動。兩彈簧的力常數皆為 k ，其自然長度同為 ℓ_0 。起始時圓盤處於平衡狀態，兩彈簧的長度各增長為 ℓ 。若使圓盤繞其圓心轉過一小角度後放手，則圓盤的運動模式為何？其來回運動的頻率為何？(設 θ 為圓盤繞其圓心轉動的角度，在近似的計算過程中僅需取至 θ 的一次方即可。)

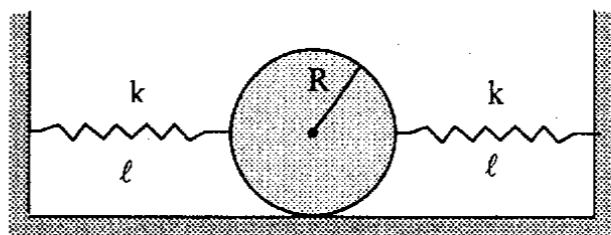


圖 2

- 三、如圖 3 所示，兩條相距為 ℓ ，電阻可忽略的平行長軌道，置放於水平桌面上。一質量為 m ，電阻為 R 的金屬棒可在軌道上自由滑行，滑行時棒身方向保持與軌道垂直。在垂直於桌面的方向上另加有均勻磁場 B 。今將此二平行軌道外接電壓為 V_0 的電源，回答下列各題：

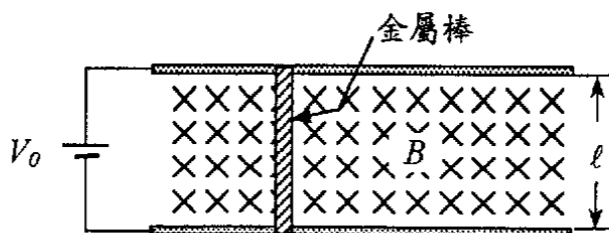


圖 3

- (a) 金屬棒在什麼速度下，會作等速滑行？
 (b) 若金屬棒開始時為靜止，求其滑行速度與時間的函數關係。
 (c) 若金屬棒與軌道之間的摩擦力不能忽略，設其滑動摩擦係數為 μ_k ，求金屬棒作等速度運動時的滑行速度。
 (d) 利用上述金屬棒在軌道上的滑動，提升一重量為 W 的重物，如圖 4 所示。考慮軌道有摩擦力的作用（摩擦係數為 μ_k ），求此小起重機在以穩定的速度提升重物 W 的情況下，其能量效率（機械效率）為多少？

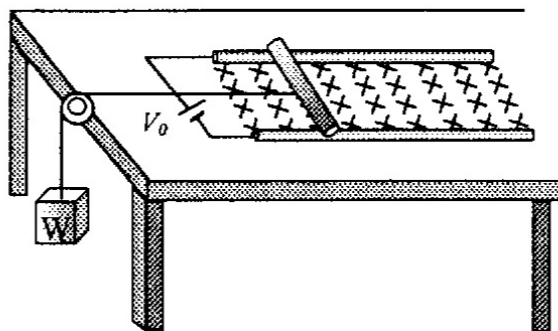


圖 4

四、一般物質內的磁通量密度 B 與磁場強度 H 的關係式可寫為 $B = \mu H$ ， μ 稱為該物質的磁導率。就空氣而言， $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} \cdot \text{m}$ 。如同電路一樣，我們可利用鐵磁材料形成一封閉的環路，稱為磁路。在磁路上，可利用載流線圈的方式產生磁力線。在磁路上的任一截面積 A ，流入的磁通量等於流出的磁通量。磁通量等於 $BA \cos \theta$ ，式中 θ 為截面的法線方向和磁場方向之間的夾角。

- (a) 如圖 5 所示，一鐵環的長度為 L ，截面積為 A ，磁導率為 μ ，用於產生磁力線的線圈匝數為 N 匝，鐵環有一寬為 x 的空隙，如欲在此磁路中產生磁通量密度 B ，則線圈的電流應為多少？

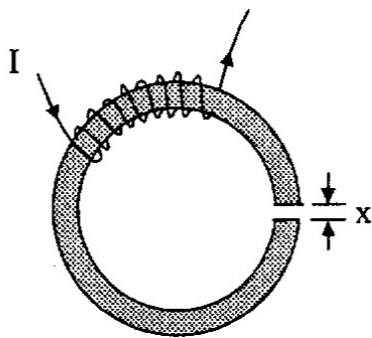


圖 5

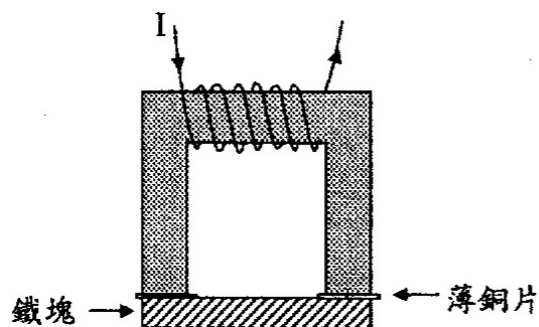


圖 6

- (b) 承(a)題，由於磁鐵的性質，鐵環空隙的兩端面具有相反的磁極，彼此互相吸引，求此磁力 F_m 和磁通量密度 B 之間的函數關係式。
 (c) 如圖 6 所示，一 U 形電磁鐵吸住一鐵塊，若電磁鐵和鐵塊的磁導率皆為 $\mu = 1800\mu_0$ ，磁路的總長為 1.0 m ，截面積為 $0.20\text{m} \times 0.50\text{m}$ ，電磁鐵及鐵塊之間有一厚度為 $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的薄銅片（共有兩片，左右各一片），線圈匝數為 100 匝，電流為 10 A ，則該電磁鐵所能吸住的最重鐵塊的質量為何？
 (d) 承(c)，已知銅線的電阻係數為 $2.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ；半徑為 $2.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ ；質量密度為 $8.0 \times 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$ ，則此電磁鐵消耗的電功率為多少？製造此電磁鐵需使用多少質量的銅線？

五、如圖 6 所示，一圓心角為 90° 的均勻扇面形銅片，在 0°C 時其內半徑為 r_1 ，外半徑為 r_2 ，回答下列各題：

- (a) 求在 0°C 時此銅片的質心位置，將此質心與原點 O 之間的徑向距離 r_c ，以 r_1 和 r_2 的函數式表示之。
- (b) 此銅片被放置在一水平光滑面上(此平面即圖 6 中的 x - y 面)。今將此銅片緩緩加熱至 $t^\circ\text{C}$ 。若銅的線膨脹係數為 α ，求在 $t^\circ\text{C}$ 時此銅片各邊的形狀為何？以函數曲線的方程式表示之。

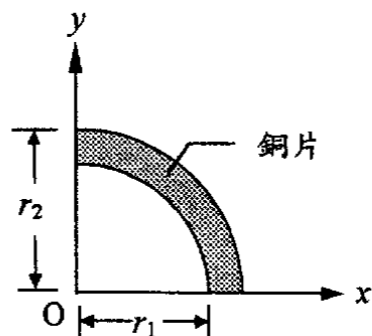


圖 6

【提示】(1) 欲求扇面形銅片的質心位置，可將銅片分割為許多平行於外環邊或內環邊的細環條，再應用積分求得。

(2) 銅片在受熱膨脹時，其質心位置不會變動。

六、以折射率 n 的物質製成直徑為 d 的細絲，作為光纖使用。回答下列各題：

- (a) 如果以任意焦距的透鏡都能將直徑為 D 的光束，焦聚在光纖端面的中心，「注入」光纖之中，如圖 7 所示，則光纖的折射率 n 有何限制？

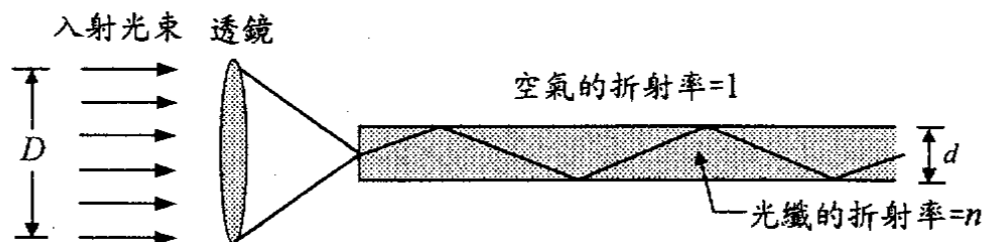


圖 7

- (b) 由於光纖柔軟，因此可使光訊息沿彎曲路徑傳送，如圖 8 所示。為了能使光仍局限在光纖之中傳播，則光纖的最小曲率半徑 R_{\min} 為何？

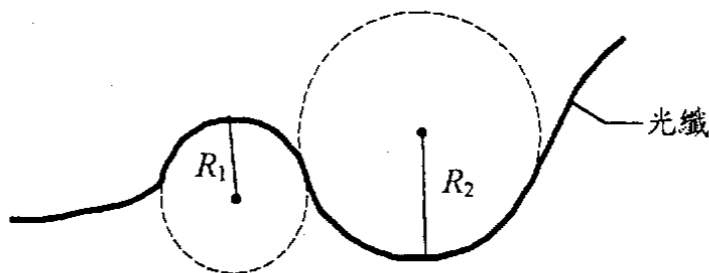


圖 8

- (c) 如圖(9) (或圖(7)) 所示，平行的入射光束經透鏡折射後，形成光錐，焦聚在光纖的端面中心。光錐可看成由很多條光線所組成，以不同的入射角進入光纖內。各光線在光纖內的傳播路徑不盡相同，因此在光纖內的傳播時間有長有短。若光纖的全長為 L ，則各光線的傳播時間之最長者和最短者的差值為何？

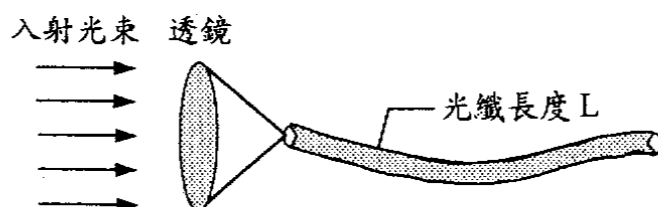


圖 9

(d) 光纖可以傳送光訊息，如果光訊息的形式為間隔 T 秒的光脈衝，如圖 10 所示。

雖然時距 T 愈短，單位時間內可以傳送的訊息 $N = \frac{1}{T}$ 也愈多，可是考慮(c)題的光傳播時間，則 N 會有上限。試問長度為 L 的光纖，每秒傳送光訊息的上限 N_{\max} 為何？

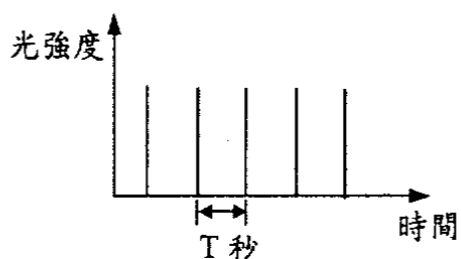


圖 10