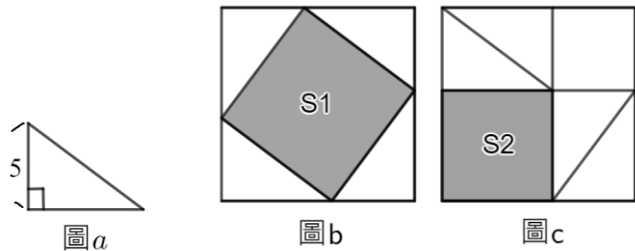


一、選擇題(佔 36 分)

說明：第1 題至第6 題，每題有五個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。每題答對得6 分，答錯或不作答不予計分。

1. 請參考下列圖 *a*、圖 *b*、圖 *c* 回答問題。圖 *a* 中的直角三角形有一股邊長為 5，將 4 個圖 *a* 中的直角三角形分別拼成如圖 *b*、圖 *c* 所示的正方形，其中陰影部分的面積分別為 S_1 、 S_2 ，則 $S_1 - S_2 = ?$

- (1) 25
(2) 20
(3) 16
(4) 10
(5) 9



2. 甲、乙、丙、丁四人來自誠實村或說謊村，來自誠實村的人總是說實話；來自說謊村的人總是說謊話，當被問到四人之中有幾個人來自誠實村，他們這樣回答：

甲：人數為 0 或 1 或 3 人。

乙：人數為 1 或 2 或 3 人。

丙：除了我之外，人數為 0 或 1 或 3 人。

丁：除了我之外，人數為 1 或 2 或 3 人。

請問四人之中有幾個人來自誠實村？

- (1) 0 人 (2) 1 人 (3) 2 人 (4) 3 人 (5) 4 人

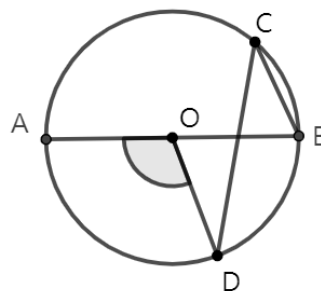
3. 已知三個實數 a, b, c 滿足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ ，下列關於 a, b, c 的敘述哪一個選項是錯誤的？

- (1) a, b, c 可能全不相同
(2) a, b, c 可能恰有兩個數相同
(3) a, b, c 可能相乘大於 0
(4) a, b, c 至少有一個數小於 0
(5) a, b, c 任選兩數的和可能皆不為零

4. 參考下圖， \overline{AB} 是圓 O 的直徑， \overline{CD} 是弦，且 C 、 D 兩點位於直徑 \overline{AB} 的兩側。若

$\angle AOD = 105^\circ$ ，則 $\angle BCD = ?$ （圖形僅供參考）

- (1) 22.5° (2) 35° (3) 36.5° (4) 37.5° (5) 40°



5. 若 n 為正整數，定義 $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ ，例如： $1! = 1$ ， $2! = 1 \times 2$ ， $3! = 1 \times 2 \times 3$ 。從 $1!, 2!, 3!, 4!, 5!, 6!, 7!, 8!, 9!$ 這 9 個數字中，**最多**可取幾個數字可使它們的乘積為完全平方數？

- (1) 4 個 (2) 5 個 (3) 6 個 (4) 7 個 (5) 8 個

6. 若全等三角形視為同一個三角形，則周長為 2024 的三角形中，三內角皆為質數的三角形共有幾個？

- (1) 6 個 (2) 7 個 (3) 8 個 (4) 9 個 (5) 10 個

二、選填題(佔 96 分)

說明：第A 題至第L 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得8 分，答錯或不作答不予計分。

A. 已知 $x > 0$ ，且實數 y 滿足方程式 $2y^2 - y - 2 = 0$ ，則 $(2y + x)(2y - x) - (2y - x^2) = \underline{\textcircled{7}}$ 。

- B. 箱中有紅、白、藍三種顏色的球各 15 個，這些球的大小相同，紅色球上標示數字「4」，白色球上標示數字「5」，藍色球上標示數字「6」。今從袋中取出 8 個球，已知球上的數字總和為 37，其中紅色球可能最多有 8 個。

- C. 已知實數 a, b 滿足 $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b + 3| - |b - 2|$ ，則 $a^2 + b^2$ 的最大值為 9 10。

- D. 一個邊長為 11 的木製正立方體是由 11^3 個單位正立方體所構成的，則從一點望去，最多能看到 11 12 13 個單位立方體。

- E. 已知整數 a, b, c 滿足 $(\frac{20}{3})^a \cdot (\frac{8}{15})^b \cdot (\frac{9}{16})^c = 4$ ，則 $a + b + c$ 之值為 14。

F. 設 a 為正整數，則使方程式 $\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = a$ 的 x 有實數解之所有 a 值的總和為 ⑮。

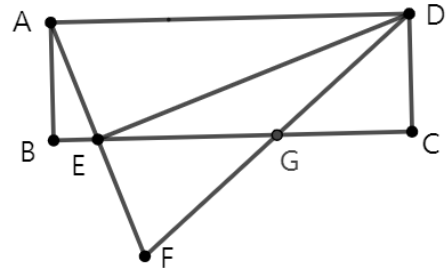
G. 有一圓錐的底圓半徑為 1，高度為 2。一正立方體內接於此圓錐，且有一個面在圓錐的底面上，則此正立方體的邊長為 ⑮⑯⑰。

H. 設 n 為大於 100 的完全平方數且十位數字與個位數字不全為 0，若將 n 抹去十位數字與個位數字後仍為完全平方數，則 n 的**最大值**之末二位數字為 ⑲⑳。
例如：144 為完全平方數，抹去十位數字與個位數字後得到 1 仍為完全平方數，
而 144 的末二位數字為 44。

I. 高斯符號 $[a]$ 表示不大於 a 的最大整數，例如： $[3] = 3, [\pi] = 3, [-1.2] = -2$ 。

設 x, y 為實數，滿足方程組 $\begin{cases} 2[x] - y = -2 \\ 3[x-2] + y = 16 \end{cases}$ ，則 $[x+y]$ 的值為 ㉑㉒。

- J. 參考下圖，長方形 $ABCD$ 中，點 E 是 \overline{BC} 上一點， \overline{AE} 垂直 \overline{ED} ，點 F 是 \overline{AE} 延長線上的
一點，滿足 $\overline{EF} = \overline{AE}$ ，連接 \overline{DF} 交 \overline{BC} 於 G ，若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BE} = 1$ ，則 $\overline{GC} = \underline{\textcircled{23}}$ 。
(圖形僅供參考)



- K. 已知 $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \dots, a_n + a_{n+1}, \dots$ (n 為正整數) 形成等差數列，且
 $a_1 = 2, a_2 = 4, a_{2024} = k$ ， k 為正整數。設 $S_{2024} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024}$ ，若 S_{2024} 為四位數，
則 k 有 $\textcircled{24}$ 種可能。

- L. 將 7 個數值 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032 任意排列後的數列令為
 $T = \langle a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 \rangle$ ，且 $S_1 = a_1$ ， $S_2 = a_1 + a_2$ ， $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$ ， \dots ，
 $S_7 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ 。若 S_1, S_2, \dots, S_7 皆不為 3 的倍數，則數列 T
有 $\textcircled{25} \textcircled{26} \textcircled{27}$ 種可能。