

最佳化的應用

小小的不留心，可以讓衛星壽命平空折損一半，
唯有運用數學，才可明確指出補救改善空間到底有多大。
數學很難嗎？這樣說吧，數學很精巧，面對它，需要耐性，
學習它，需要長時間浸潤，努力熟練可以，背公式不行。

■陳軍杰



1995年8月9日，韓國同步衛星1號搭乘麥格當納—道格拉斯的Delta II型火箭升空，準備進入同步軌道。Delta II火箭的第一級火箭體外掛有12支輔助推力筒，一旦燒盡，這12支小推力筒便會自行彈射脫離。但當天有一支推力筒無法脫開，跟著整支火箭一直上升，直到第一級火箭燒

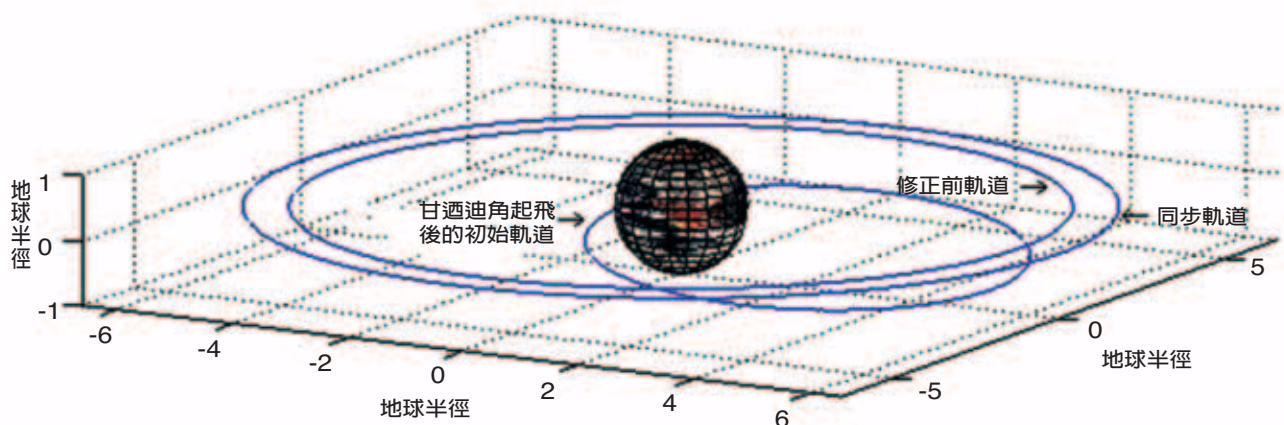
光，才墜回海面。每支空推力筒重3,000磅，很自然地，這人造衛星到不了該到達的高度。

由赤道垂直向上35,858公里，就是同步軌道的高度，同步軌道上的任何衛星，繞地球一周的時間恰好是24小時。因為其公轉的時間與地球自轉周期一致，以致衛星下的幾個國家，覺得有顆



韓國同步衛星1號搭乘的Delta II火箭

最佳化的應用



升空軌道、意外發生後軌道、以及同步軌道。

衛星停在附近的天空不去，同步衛星在國防、通訊、海洋、大氣監控上的價值由此可略見一斑。同步衛星軌道很高，因此發射成本比一般低軌道衛星昂貴。

衛星在軌道中運行一段時間後，會因誤差的累積而漸漸偏離原本的姿態，進入軌道後的衛星載有可供 10 年使用的燃料，利用小推力管（催化一聯氨推力管）可把偏離的姿態修正，使通訊保持暢通。

因為前述的推力筒問題，發射衛星的洛克西德馬丁公司（Lockheed-Martin Co.）利用小推力管，在兩周內，把整顆衛星由 31,459 公里的軌道，向上推到 35,858 公里高的同步軌道，其間共經歷了 17 次的噴射，每次噴射的時間由數分鐘到 12 小時都有。雖然韓國衛星已被送入同步軌道，但補救推送

的過程卻把可供 10 年調整用的火箭燃料，折損掉 4.5 年，也就是說，該衛星的壽命只剩一半多一些。

洛克西德馬丁公司在處理這個問題時，只憑藉他們過往的經驗，利用

推力管慢慢地把衛星推上去，其間並沒有真正使用最佳化技術。發射一顆衛星相當昂貴，而同步衛星更貴，因此伊利諾大學香檳校區航太系在一年後，試著以最佳化控制工程重新尋找

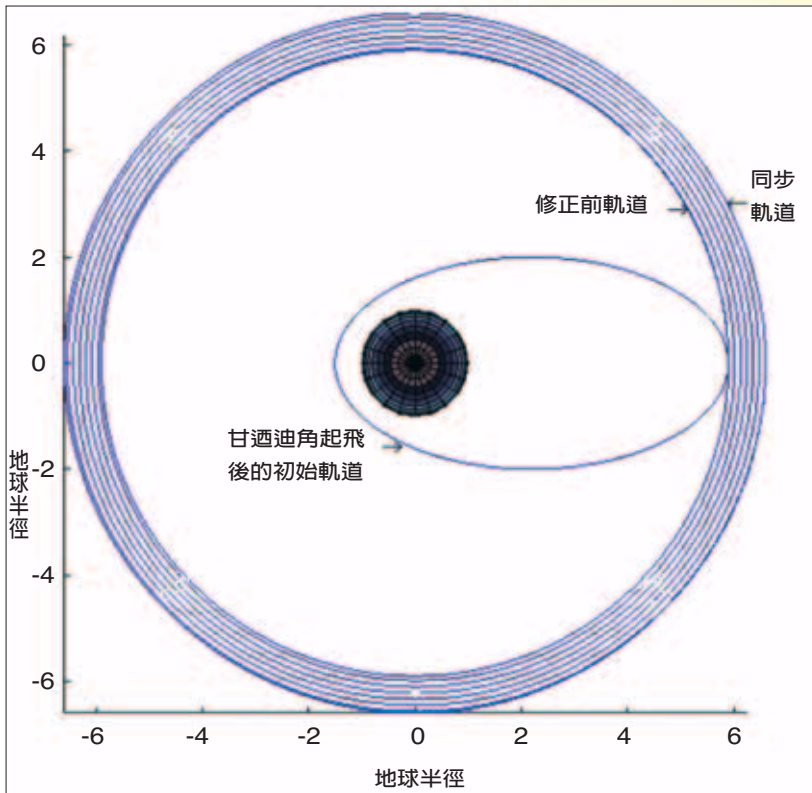
這問題的答案。

既然討論到最佳化，一定要知道把什麼東西最佳化。以這個案子來說，盡量保存可用的小推力管的燃料，以供日後調整使用才是正途。伊利諾大學研究團隊試著使用非線性規劃直接定位的技術，來解決這個問題。在軌道轉換時，推力愈強愈好，且噴射推進的時間愈短愈好，才能節省燃料，因此小推力管不能一直開著，要分段點火。這也衍生出下一組問題：分段點火要分幾段？每一段點火的時間各有多長？在軌道上何處點火？



發射一顆衛星相當昂貴，而同步衛星更貴

李男提供



修正過程中的軌道示意圖

波音公司及史丹福大學把直接定位法轉換成軟體，由 NPSOL，NZSOL，一直演進到如今的 SNOPT 6.0。而執行這些軟體的平台，也由超級電腦轉進到目前的 PC，例如以配備簡單的 400MHz、記憶體 128MB 的 Linux 伺服器做為 SNOPT 的作業平台，便能應付一般的最佳化問題。

直接定位法是如何運作而得到最佳的結果呢？舉個簡單的例子，要開車由高雄前往台北，到底哪條路才是最快的走法？在毫不知情的情況下，依照傳統方法，你很自然地就往北開，過了桃園，發現終點不是台北，而是到了淡水。這時候，請由高雄再出發，但方向稍稍向右轉一些。如此不斷修正，數次重新出發後，總會到台北。

直接定位法則一反前述做法，先任意猜測汽車路徑是

高雄→台東→花蓮→宜蘭→台北。

再來它開始問：

高雄→台東，是最快的北上路徑嗎？

台東→花蓮，是最快的北上路徑嗎？

花蓮→宜蘭，是最快的北上路徑嗎？

宜蘭→台北，是最快的北上路徑嗎？

若不是，電腦會依循非線性規劃理論開始調整，結果，第一次內插呈現：

高雄→台南→花蓮→新竹→台北。

再經幾次調整之後，就會變成：

高雄→台南→台中→新竹→台北，

也就是我們熟悉的中山高速公路，這是北高最適行車路線。

利用直接定位法

及 CONVEX 超級電腦，伊利諾大學的團隊發現本案確實有改善空間。該衛星連殼帶燃料重 832.1 公斤，洛克希德馬丁公司耗用 121 公斤燃料，在相當於 10 年的壽命中折損掉 4.5 年。在最佳化工程的計算下，本案只需耗用 72 公斤的燃料，便可把衛星修正到同步軌道，10 年的壽命只要折損 2.7 年，仍有 7.3 年可用，結果相當令人振奮。

此外，洛克希德馬丁公司選擇一次壓平 20.7 度的初軌道角，把衛星放到赤道面上，才再進行 17 次的軌道修正。而最佳化工程則建議在 20.7 度中要留下 1.24 度，把 1.24 度歸在修正過程中一併處理，才有最佳效果。修正過程只使用了推力管 11 次來噴射推進，而 6 紮軌道只需耗時 6.02 天。

最佳化工程的應用相當生活化，不單只用在太空工程。在澎湖科技大學最佳化實驗室中，我們嘗試把直接定位技術用在其他領域，例如澎湖旅館定價技術、汽車高速閃避障礙物行車系統及教會機器手臂接雞蛋。 □

陳軍杰

澎湖科技大學電機工程學系