國立武陵高級中學 111 學年度科學班甄選科學能力檢定

數學科試題本

作答注意事項

作答時間：90 分鐘

配分方式：共 18 題，其中包含：

一、選擇題(單選題)6 題，每題 6 分，答對得 6 分，答錯或不作答不予計分；共 36 分

二、選填題 12 題，每題 8 分，答對得 8 分，答錯或不作答不予計分；共 96 分

合計滿分 132 分

作答方式：請用 2B 鉛筆在答案卡上畫記，請塗黑塗滿，修正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。

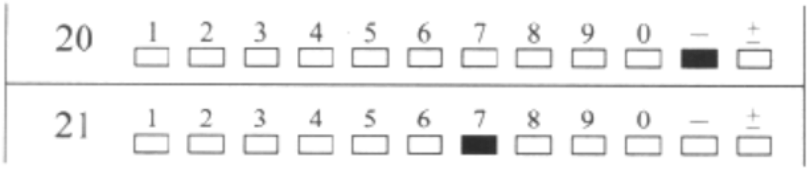
作答說明：

(一)選擇題：選擇題只使用 1,2,3,4,5 等五個格子，而不需使用 6,7,8,9,0,−,± 等格子。

例：若第 1 題為選擇題，選項為(1) 3 (2) 7 (3) 24 (4) 42 (5) 48，而答案為 24，亦即選項 (3) 時，考生要在答案卡第 1 列的 3 畫記。

(二)選填題：選填題的題號是 A,B,C,….，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B 題的答案格式是⑳㉑，而答案是−7 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 畫記。該題兩格需完全正確，才算答對。



一、選擇題(佔 36 分)

說明：第1 題至第6 題，每題有五個選項，其中只有一個是最適當的選項，請將答案畫記至答案卡上。每題答對得6分，答錯或不作答不予計分。

1. 我們知道「若ΔABC為正三角形，則$\angle A = 60°$」這個敘述是正確的，即「ΔABC為正三角形」這個條件就足夠保證「$\angle A = 60°$」會成立，我們稱「ΔABC為正三角形」是「$\angle A = 60°$」的充分條件。反之，即使「$\angle A = 60°$」成立，也不能保證「ΔABC為正三角形」也一定會成立，則「$\angle A = 60°$」不是「ΔABC為正三角形」的充分條件。對於下面的兩個條件，請選出正確的選項：

   條件甲：兩個三角形的面積與兩邊長相等

   條件乙：兩個三角形全等

   (1) 甲是乙的充分條件，乙是甲的充分條件
   (2) 甲是乙的充分條件，乙不是甲的充分條件
   (3) 甲不是乙的充分條件，乙是甲的充分條件
   (4) 甲不是乙的充分條件，乙不是甲的充分條件
   (5) 以上皆非

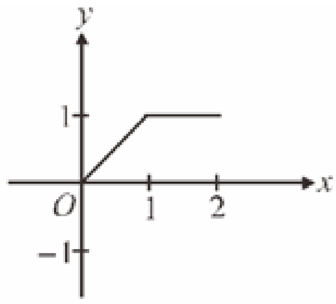
2. 從$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$中取相異三數，使其和為4的倍數，則有多少種取法？

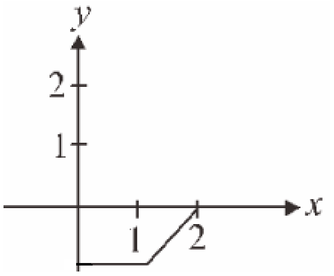
   (1) 15 (2) 18 (3) 21 (4) 27 (5) 30

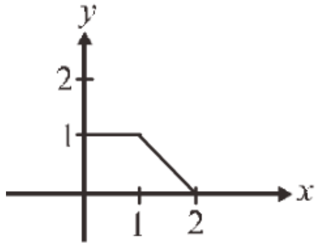
3. 有幾組不同的正整數數對(x, y)，能滿足「和$x+y$、差$x-y$，積xy，商$\dfrac{x}{y}$等四項總和為 540」？

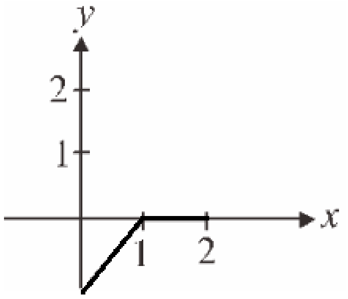
   (1) 24 組 (2) 12 組 (3) 6 組 (4) 3 組 (5) 1 組

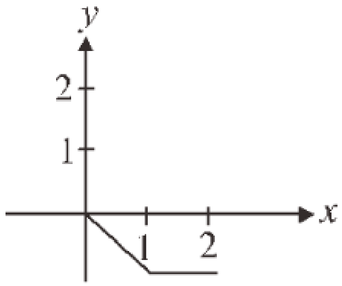
4. 已知定義在$0 \le x \le 2$上的函數$y = f(x)$的圖形如右下圖，試問定義在$0 \le x \le 2$上的函數$y = -f(2-x)$的圖形應該是下列何者？

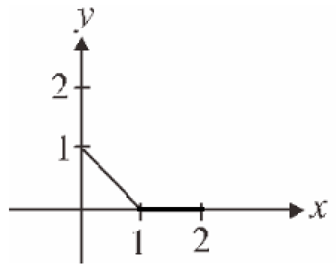


(1)


(2)


(3)


(4)


(5)


5. 若x, y滿足方程式$\left(y-2\right)x^2 + yx + 2 = 0$，且$x, y$均為正整數或零，則數對$\left(x, y\right)$有幾組解？

(1) 1 組 (2) 2 組 (3) 3 組 (4) 4 組 (5) 5 組

6. 梯形$ABCD$的兩條對角線與兩底所圍成的兩個三角形面積分別為p^2, q^2，則此梯形的面積為下列何者？

(1) $2\left(p^2+q^2\right)$ (2) $\left(p+q\right)^2$ (3) p^2+q^2+pq

(4) $p^2+q^2+\dfrac{p^2q^2}{p^2+q^2}$ (5) $p^2+q^2+\dfrac{pq}{p^2+q^2}$

二、選填題(佔 96 分)

說明：第A 題至第L 題，每題請依照答案格式將答案畫記到答案卡上。各題每格全部答對才得8 分，答錯或不作答不予計分。

A. 若一次函數 $y=x+5$ 的圖形經過點 $P(a,b)$ 與點 $Q(c,d)$，則 $ac+bd-ad-bc$ 之值為 ①② 。

B. 設 n 是正整數，若 $504\times n$ 恰為一個 5 位數而且是一個完全平方數，試求所有符合這樣條件的 n 值總和為 ③④⑤ 。

C. 已知 k 為整數，且滿足 $|4x-k|\le 7$ 的整數解恰有 4 個，若此四個整數之和為 2，試求所有可能的 k 值總和為 ⑥ 。

D. 設 x, y, z 都是正數，已知 $\sqrt{x}:\sqrt{y}:\sqrt{z}=\dfrac{1}{\sqrt{y}}:\dfrac{2}{\sqrt{z}}:\dfrac{4}{\sqrt{x}}$ ，且 $\sqrt{x^2yz^2}=32$ ，

求 $\sqrt{z^5}=$ ⑦⑧⑨ 。

E. 實數 x 滿足方程式

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\cdots+\frac{1}{(x+2021)(x+2022)}=1+\frac{1}{x}$$ ，

則 $x=$ ⑩⑪⑫⑬⑭ 。

F. 在△ABC 的外接圓上，過 A 點所做的切線和 $\overleftrightarrow{BC}$ 交於 E，$\angle BAC$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D

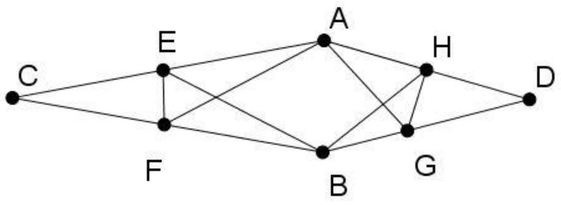
點。若 $\overline{BC}=6$ ，$\overline{CE}=4$ ，求 $\overline{DE}=$ ⑮$\sqrt{⑯⑰}$ 。

G. 有 $n\,(n\geq 2)$ 名選手參加一次競賽，歷時 k 天，每天選手的得分為$1,2,3,\cdots,n$ 分，且每位選手的得分互不相同，在第 k 天比賽結束時，每名選手的總分均為 26 分，則 n 值有 ⑱ 種可能。

H. 已知x,y,z皆為正整數，方程式$x+y+z=\sqrt{xy}+9\sqrt{y}+8\sqrt{z}-43$的解為$(x,y,z)$，求 $x+y+z$之值為 ⑲⑳ 。

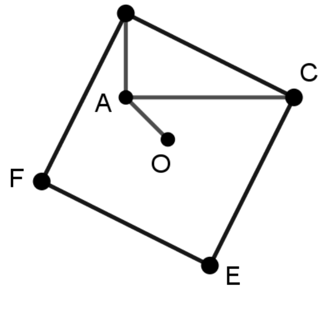
I. 已知連續正整數和$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$，若$1\Delta2\Delta3\Delta\cdots\Delta99\Delta100=2$，其中$\Delta$只能填入＋或－，則最少需填入 ㉑㉒ 個＋。

J. 如圖所示(圖形僅供參考，不一定代表實際的長度和比例)，四邊形 $ACBD$ 中，$\overline{AC}=\overline{BC}=6$，$\overline{AD}=\overline{BD}=3\sqrt{2}$，$\angle ACB=20°$，$\angle ADB=30°$，今在 $\overline{AC},\overline{BC},\overline{BD},\overline{AD}$ 四邊上依序取 4 點 E,F,G,H，欲適當選取 E,F,G,H 位置使 $\overline{AF}+\overline{FE}+\overline{EB}+\overline{BH}+\overline{HG}+\overline{GA}$ 發生最小值，求此最小值為 ㉓㉔ 。



K. 設 n 是正整數且 $100\le n\le 400$，則滿足 $\dfrac{n^3-99}{n^3-92}$ **不是**最簡分數的正整數 n 有 ㉕㉖㉗ 個。

L. 如圖所示(圖僅供示意，不代表真實比例)，以直角 ΔABC 的斜邊 $\overline{BC}$ 為一邊，在 ΔABC 同側作正方形 $BCEF$，設正方形的中心為 O，若 $\overline{AB}=4$，$\overline{AO}=3\sqrt{2}$，則 $\overline{AC}$ 的長為 ㉘㉙。



選擇題

1.(3)

2.(5)

3.(4)

4.(1)

5.(2)

6.(2)

選填題

A. 25

B. 182

C. 6

D. 512

E. －2023

F. $2\sqrt{10}$

G. 3

H. 61

I. 30

J. 12

K.129

L.10