

# 大學入學考試中心

## 101 學年度指定科目考試試題

### 數學甲

#### —作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
  - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
  - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
  - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\frac{\square}{\square}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 令  $f(x) = x(x-1)(x^3-2)$ ，試問有多少個實數  $a$  滿足  $\int_0^a f'(x)dx = 0$ ？

- (1) 1 個                      (2) 2 個                      (3) 3 個                      (4) 4 個                      (5) 5 個

2. 某公司員工中有 15% 為行政人員，35% 為技術人員，50% 為研發人員。這些員工中，60% 的行政人員有大學文憑，40% 的技術人員有大學文憑，80% 的研發人員有大學文憑。從有大學文憑的員工中隨機抽選一人，他（或她）是技術人員的機率是下列哪一個選項？

- (1)  $\frac{2}{9}$                       (2)  $\frac{1}{3}$                       (3)  $\frac{4}{9}$                       (4)  $\frac{1}{5}$                       (5)  $\frac{2}{5}$

3. 作某項科學實驗共有三種可能結果  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，其發生的機率分別為  $p_A = \log_2 a$ 、 $p_B = \log_4 a$ 、 $p_C = \log_8 a$ ；其中  $a$  為一正實數。試問  $p_A$  為下列哪一個選項？

- (1)  $\frac{5}{9}$                       (2)  $\frac{6}{11}$                       (3)  $\frac{7}{13}$                       (4)  $\frac{8}{15}$                       (5)  $\frac{9}{17}$

4. 已知方陣  $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$  的反方陣為  $\begin{bmatrix} a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \\ g' & h' & i' \end{bmatrix}$ 。試問下列哪一個選項為  $\begin{bmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$  的

反方陣？

- (1)  $\begin{bmatrix} a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \\ g' & h' & i' \end{bmatrix}$                       (2)  $\begin{bmatrix} a' & d' & g' \\ b' & e' & h' \\ c' & f' & i' \end{bmatrix}$                       (3)  $\begin{bmatrix} g' & h' & i' \\ a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \end{bmatrix}$
- (4)  $\begin{bmatrix} g' & a' & d' \\ h' & b' & e' \\ i' & c' & f' \end{bmatrix}$                       (5)  $\begin{bmatrix} c' & a' & b' \\ f' & d' & e' \\ i' & g' & h' \end{bmatrix}$

5. 當  $(x, y)$  在直線  $2x + y = 3$  上變動時，關於  $K = 9^x + 3^y$  的敘述，試問下列哪個選項是正確的？
- (1)  $K$  有最大值 28、最小值  $6\sqrt{3}$
  - (2)  $K$  有最大值 28、但沒有最小值
  - (3)  $K$  沒有最大值、但有最小值 12
  - (4)  $K$  沒有最大值、但有最小值  $6\sqrt{3}$
  - (5)  $K$  沒有最大值也沒有最小值

## 二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 設  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，且方程式  $x^2 - a = 0$  之兩根恰為  $\sin \theta$  與  $\cos \theta$ 。請選出正確的選項。
- (1)  $\tan \theta = 1$
  - (2)  $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 0$
  - (3)  $\sin 2\theta = -1$
  - (4)  $a = \frac{1}{2}$
  - (5) 滿足題設的  $\theta$  只有一個

7. 平面上有一  $\triangle ABC$ ， $G$  為  $\triangle ABC$  的重心。 $O$ 、 $D$  為此平面上的相異二點，且滿足

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}。請選出正確的選項。$$

(1)  $O$ 、 $G$ 、 $D$  三點共線

(2)  $\overline{OD} = 2\overline{OG}$

(3)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{OD}$

(4)  $G$  位於  $\triangle ABC$  的內部

(5)  $D$  位於  $\triangle ABC$  的外部

8. 已知一個  $n$  次實係數多項式  $f(x)$  滿足下列性質：

當  $x < 0$  時， $f'(x) < 0$  且  $f''(x) > 0$ ；

當  $0 < x < 1$  時， $f'(x) < 0$  且  $f''(x) < 0$ ；

當  $1 < x < 4$  時， $f'(x) < 0$  且  $f''(x) > 0$ ；

當  $x > 4$  時， $f'(x) > 0$  且  $f''(x) > 0$ 。

請選出正確的選項。

(1)  $f'(2) > f'(3)$

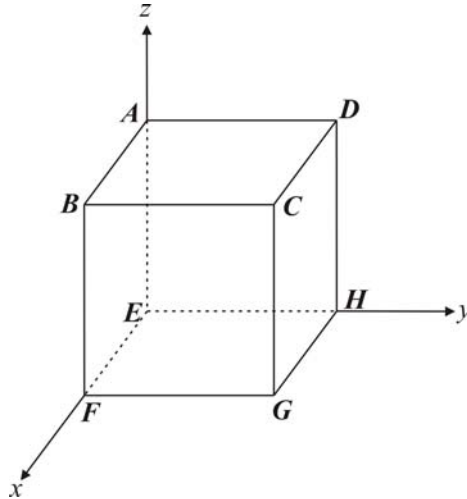
(2)  $f(x)$  在  $x = 4$  時有最小值

(3)  $f(x)$  的圖形只有一個反曲點

(4)  $n$  可能為 3

(5)  $f(x)$  的最高次項係數必為正

9. 如圖所示，正立方體的邊長為 2，其中點  $E$  為原點，點  $F$ 、點  $H$ 、點  $A$  的坐標分別為  $(2,0,0)$ 、 $(0,2,0)$ 、 $(0,0,2)$ 。令  $\Omega$  表示四面體  $CBGD$  與四面體  $BAFC$  相交所形成的四面體。請選出正確的選項。



- (1)  $\Omega$  有一頂點坐標為  $(1,1,2)$
- (2)  $\Omega$  有一稜線其方向向量為  $(1,0,-1)$
- (3)  $\Omega$  有兩個側面互相垂直
- (4)  $\Omega$  僅有一個側面是正三角形
- (5)  $\Omega$  的體積為  $\frac{2}{3}$

(註：四面體的體積為  $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$ )

### 三、選填題（占 14 分）

說明：1. 第 A 題與第 B 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10-15）。  
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設  $a, b, c, d, e$  為實數。已知一次方程組 
$$\begin{cases} ax+3y+5z=b \\ y+cz=0 \\ 2y+dz=e \end{cases}$$
 的解的圖形是坐標空間中包含  $x$  軸的一個平面，則  $a = \underline{\textcircled{10}}$ ， $b = \underline{\textcircled{11}}$ ， $c = \frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ 。（化成最簡分數）

B. 空間中，以  $\overline{AB}$  為共同邊的兩正方形  $ABCD$ 、 $ABEF$ ，其邊長皆為 4。已知內積  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 11$ ，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = \underline{\textcircled{14} \textcircled{15}}$ 。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

## 第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、(3)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一. 設  $f$  為一實係數多項式函數。

(1) 設  $\langle a_n \rangle$  為一數列，其中  $a_n = \frac{f(n)}{n^4}$ 。若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$ ，試求  $f$  的次數與最高次項係數。

(3 分)

(2) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ ，試求  $f$  的函數圖形在  $x=0$  時的切線方程式。(4 分)

(3) 若  $f$  滿足上面(1)與(2)的假設，且  $f''(0) = 2$ ，試求  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  之值。(5 分)

二. 在  $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{BC}$  邊上一點且  $\overline{AD}$  平分  $\angle BAC$ 。已知  $\overline{BD} = 5$ 、 $\overline{DC} = 7$ ，且  $\angle ABC = 60^\circ$ 。

(1) 試求  $\sin \angle ACB$  之值。(4 分)

(2) 試求  $\sin \angle BAC$  之值。(4 分)

(3) 試求  $\overline{AB}$  邊之長。(4 分)