

宇宙論與純量場

吳俊輝

台大物理系暨研究所

e-mail: jhpw@phys.ntu.edu.tw

拜現代科技進步之賜，宇宙論也隨之由古老的哲玄學發展成近代物理中不可或缺的一門高準度實驗科學。在一片對於近年來的突破性觀測及理論發展所發出的驚歎聲中，很多人可能沒注意到，幾個宇宙論中的美麗理論竟都不約而同地建構在“純量場”的觀念上，一個從未在實驗室中被驗證過的物理觀念．．．

一、簡介

人類自有歷史以來，就沒有中斷過對於宇宙的探討。大及宇宙的起源與其結構的形成，小至地球的圓方以及太陽的構造，無不歷經幾番的理論研究、辨正與演化（見圖一）。中國數千年來的易經理論即是一個最好的例子。它不但探討天、地、人三才的交感變化，也描述宇宙天開地闢的過程。在科技發達的今日，我們已透過一些突破性的天文觀測，對宇宙整體的結構與演化有了進一步的認知。即便如此，如要對宇宙能有徹底的瞭解，我們仍然還有一段漫長的路要走。我們所面臨的挑戰包括進行更為精密的天文觀測以及發展更為完備的理論基礎。這裡所將探討的，是一個關於理論基礎的問題：近代宇宙論（modern cosmology）和純量場（scalar field）——一個粒子物理中尚具爭議性的觀念——間的密切關係。



圖一：宇宙論的發展簡史。

宇宙論中使用到純量場觀念的有兩大理論：“宇宙暴脹理論” (Inflation) 以及“宇宙殘陷理論” (Cosmic Defects)。在過去的二十多年間，這兩個理論相繼地被用來解釋一些原本無法用宇宙大爆炸標準模型 (Standard Big Bang model) 來解釋的觀測現象。在以下的第二節中，我們首先將分別介紹這兩個理論被提出的動機與發展，以及它們如何用純量場來作為理論基礎。在第三節中，我們將拿這

兩大理論的預測來和目前最新的天文觀測做比較。最後在第四節中，我們會進一步闡述它們目前各自在宇宙論中所扮演的角色，並做一個簡短的結論。

二、兩大理論的基礎與發展

宇宙暴脹理論和宇宙殘陷理論各自都有二十多年的發展歷史。雖然這兩個理論在第一次被提出時的動機有所不同(八〇年代初期)，但是他們於過去十年間在宇宙論中所扮演的角色卻極為相似——同為宇宙結構形成機制的競爭者。在這一節中我們將先介紹這兩個理論的背景及基礎，然後說明它們如何在宇宙結構形成的問題上進行競爭。

1、宇宙暴脹理論 (Inflation)

在一九七〇年代，宇宙論中有數大謎團：Flatness problem，Horizon problem，Monopole problem，Entropy problem。**Flatness problem** 指的是“為什麼我們宇宙的三度幾何空間 (geometry) 是如此地接近平式幾何 (flat; Euclidean) 而不是開放式 (open; hyperbolic) 或合閉式 (closed; spherical) 的幾何？”以二度空間為例，如果在一張紙上以單位半徑畫一個圓 (單位圓)，那麼其周長在平式幾何 (flat geometry) 的紙上 (如完全平坦的紙) 將會是 2π ，在開放式幾何 (open geometry) 的紙上 (如馬鞍形的紙) 將會大於 2π ，在合閉式幾何 (closed geometry) 的紙上 (如球面般的紙) 將會小於 2π 。以最新的天文觀測而言，宇宙論學家們發現，在我們宇宙中所畫出來的單位圓周長都是 2π ，換句話說我們所生存的這個宇宙是具有平式的幾何。這是為什麼呢？**Horizon problem** 指的

是“當我們觀測來自夾角大於兩度的兩個方向上的宇宙微波背景輻射(Cosmic Microwave Background, 簡稱 CMB) 時，為什麼他們的溫度會是一樣的呢？”依據理論計算，這兩個方向上的宇宙微波背景輻射應該是來自於兩個自從大爆炸 (Big Bang) 後未達熱平衡的早期宇宙區域，因此照理說他們的溫度應該有些許的不同，但實際的觀測卻發現所有方向上的宇宙微波背景輻射溫度都同樣是 2.73 ± 0.00003 K。**Monopole problem** 指的是“為什麼我們在宇宙中到目前為止還觀測不到任何的 monopole 呢？”依據統一場論 (Grand Unified Theory, 簡稱 GUT)，在宇宙早期的對稱性分裂 (symmetry breaking) 時應該有大量的 monopole 產生，但這些 monopole 在現今的宇宙中都到那裡去了呢？**Entropy problem** 指的是“為什麼我們今天宇宙中的 entropy (相當於光子密度) 會是如此地龐大呢？”依據大爆炸理論，我們今天宇宙中的光子密度應遠小於目前的觀測量。

為了解釋以上宇宙論中的數大謎團，Guth 在西元 1980 年提出了“宇宙暴脹理論”(Inflation)。依據傳統物理理論，由於重力抵抗膨脹的原故，宇宙的膨脹必須是減速的。但“宇宙暴脹理論”卻主張，在早期宇宙的某一段時間中，宇宙的膨脹是“加速的”(accelerated)。這加速膨脹的結果是：所有不平 (non-flat) 的三度幾何都將被“拉”成平的，這就好比一個人把氣球吹到和地球一樣大時他會覺得氣球的表面是平的；一個原本處於熱平衡的小區域將會被“拉”成一個和今天可觀測宇宙幾乎一樣大小的巨大區域。運用廣義相對論進行簡單的計算，我們很容易地可以證明，這樣的“暴脹”物理機制即足以解決以上所提到的所有宇宙論謎團。



圖二：自西元 1 9 9 2 年以來所被提出的宇宙暴脹模型。

這樣的加速膨脹可以藉由一種叫做“暴脹子”(inflaton)的“純量場”(scalar field)來達成。在暴脹理論中,宇宙在誕生後的早期存在有一種粒子叫暴脹子 ϕ , 位能為 $V(\phi)$, 總能量密度為 $\rho = (d\phi/dt)^2/2 + V(\phi)$ (t 為時間), 壓力為 $P = (d\phi/dt)^2/2 - V(\phi)$ 。如果將時空的結構描述為 $ds^2 = dt^2 - a^2 dr^2$, 則由愛因斯坦方程式所導出的 Raychaudhuri 方程式可得知宇宙的膨脹加速度為 $d^2a/dt^2 = -4\pi G(\rho + 3P)/3 = 8\pi G[V(\phi) - (d\phi/dt)^2]/3$ 。因此只要 $V(\phi) > (d\phi/dt)^2$, 則宇宙便能加速膨脹。這暗示著只要暴脹子的位能 $V(\phi)$ 夠平坦, 則宇宙暴脹便會發生。宇宙暴脹一旦發生, 則宇宙中其它物質的能量密度便會被快速地稀釋, 最後只剩下暴脹子 (因為它的能量密度 $\rho \sim V(\phi) \sim \text{constant}$)。當 ϕ 隨著時間改變而 $V(\phi)$ 變得不夠平坦以致 $V(\phi) < (d\phi/dt)^2$ 時, 宇宙暴脹便會結束, 而且暴脹子的大部分能量會透過與其它物質的 coupling 轉換到其它物質去。於是宇宙的演化史便自此接回到大爆炸的標準模型。在暴脹理論中, 不同的暴脹模型是由

不同的 $V(\phi)$ 來定義的。自 1980 年以來, 已有超過一百種以上的暴脹模型被提出 (見圖二)。

2、宇宙殘陷理論 (Cosmic Defects)

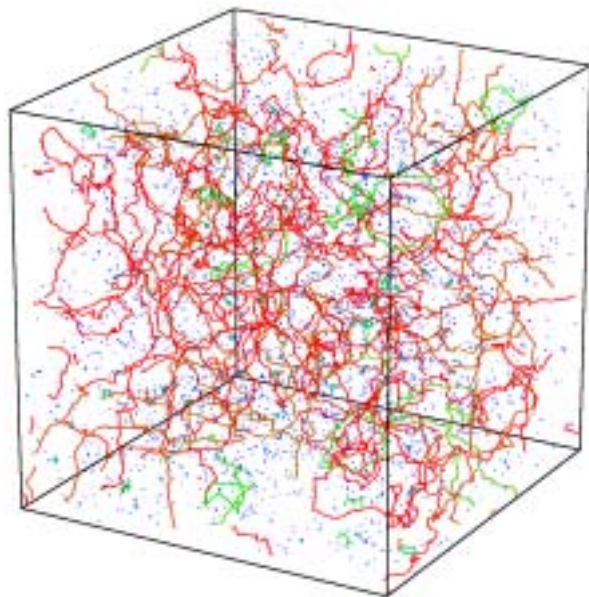
“宇宙殘陷理論”的基礎是建構在“拓樸殘陷理論”(topological defects) 的觀念上。在量子場論 (quantum field theory) 中, “拓樸殘陷理論”的觀念早在 1966 年就由 Nambu 的 domain wall 模型中被提出。利用類似的觀念, Nielsen-Olsen 在 1973 年提出了 string 模型; 'tHooft 和 Polyakov 在 1974 年提出了 monopole 模型。一直到 1976 年, Kibble 才將類似的觀念運用在宇宙論上, 提出了著名的“Kibble Mechanism”。所謂的“Kibble Mechanism”, 指的就是“宇宙殘陷”(Cosmic Defects) 在早期宇宙中形成的物理機制。

在統一場論中 (GUT), 當宇宙早期由高溫逐漸冷卻時, 原本統一的場將自發性地 (spontaneous) 產生相變 (phase transition), 而打破了原本統一場的對稱性 (symmetry breaking)。以簡單的一維純量場 (one-dimensional scalar field) ϕ 為例, 它的位能 (potential) $V(\phi)$ 在高溫的統一場態時只具有一個能量極小態 (minimum state), 這個時候空間中在所有位置上的純量場都安頓在這個極小態上。一旦宇宙溫度降低而產生自發性地對稱破裂相變時 (spontaneous symmetry-breaking phase transition), 這個純量場的位能 $V(\phi)$ 將發展出兩個極小態, 而使得空間中不同位置上的純量場得以選擇其中的一個極小態來安頓。例如 $V(\phi, T) = (\phi^2 - M^2)^2 + T^2\phi^2$, 其中 M 為常數, T 為溫度, 當 T 很大時, 唯一的極小態在 $\phi=0$, 當 T 為零時, 有兩個極小態在 $\phi = \pm M$ 。在粒子物理理論中存在著像這樣的一個純量

場，那便是著名的 Higgs field，一個仍具爭議性且從未被證實存在的粒子。在 condense matter 實驗中所觀察到的 vortex lines，也是殘陷存在的一個例子。

如果宇宙膨脹的速度比相變速度快的話，那宇宙中不同的區域將沒有足夠的時間來達到熱平衡，也因此相變後可能具有不同的極小態（在上面的例子中，便是 $\phi = \pm M$ ）。在具有不同極小態的兩個區域間，空間的連續性將迫使存在著一個非極小態的區域（在上面的例子中，即 $V(\phi=0)=M^2$ ）。這個能量非極小的區域就叫做“宇宙殘陷”(Cosmic Defects)。以上的過程就是所謂的“Kibble Mechanism”。因此宇宙殘陷是早期宇宙中自發性對稱破裂相變的副產物。這就好比將水冷凍時如果冷凍的速度夠快的話，在水中不同的區域將會各自地開始結晶。在不同結晶塊中的不同結晶方向就好比是不同的能量極小態。當溫度漸漸降低時，不同區域的結晶塊將逐漸變大而終究遭遇在一起，而在不同結晶塊相互遭遇的地方將因結晶方向不連續而產生裂痕。這種裂痕在一般的冰塊中經常可以看到，這就好比是以上所說的“宇宙殘陷”。

宇宙殘陷依對稱破裂之 manifold 的不同，可大分為以下幾類：domain walls, strings, monopoles, textures。圖三所顯示的是筆者用超級電腦所模擬出的宇宙弦 (Cosmic Strings)。由於其複雜的非線性物理機制，宇宙弦是宇宙殘陷中最複雜也最難研究的一種。



圖三：以超級電腦所模擬出的宇宙弦。

3、宇宙結構形成的問題

所謂宇宙結構的形成，指的是宇宙中物質“不均勻”(inhomogeneous) 分佈的起源。依據“大宇宙定理”(Cosmological Principle)，宇宙在大爆炸之後，所有物質的分佈必須是“均勻地”(homogeneous)。然而，在一百億年後的今日，我們的宇宙中卻存在有數不清的銀河系 (galaxies) 及星系 (stars)。這些充斥在現今宇宙中各處的銀河系及星系，正是宇宙中物質“不均勻”分佈的直接證據。因此我們在這裏所要提出的問題是：既然在大爆炸之後的早期宇宙中所有的物質都是均勻分佈地，那為什麼在今天的宇宙中會有這些數不完的銀河系及星系呢？這是目前宇宙論中最熱門的主題之一。

或許有人會說，這所謂的“大宇宙定理”根本是錯的，也許我們宇宙中的物質在大爆炸時就已經是不均勻地分佈了。沒錯，這是有可能的，但這種說

法並不能解釋今天所觀測到的以下現象：從目前所觀測到的宇宙微波背景輻射以及銀河系的分佈，我們發現他們的不均勻性 (perturbations; irregularities) 在所有的尺度上都是相同的 (scale-invariant)。換句話說，如果今天宇宙物質的不均勻分佈是宇宙當初在大爆炸時就“與生俱來”的，那麼為什麼這個不均勻性在所有的尺度上會那麼巧地都相同呢？你可以再一次地說這純粹是巧合，但與其說是巧合，宇宙論學家們寧願從理論上著手來找出一個可以造就這種觀測現象的合理原因。這就好比牛頓當初在研究重力理論一樣，如果他和其他人一樣執意地認為蘋果就是自己會掉下來而不探究其原因，那今天的人類可能就沒有火箭的科技。或許你又會反駁：重力理論是很重要的理論，當然要研究，但是宇宙的結構究竟是如何形成的似乎不干現代科技的發展，為什麼我們需要來關心這項研究呢？也許你可以自己問問牛頓，看他當初在研究及發表重力理論的時候，是否已經想到他的理論將來可以被用來發展火箭及太空科技。同樣地類推，我們應該也可以期許今天我們在宇宙論上的研究成果將成為明日科技發展的基石。

再回到我們原本的問題：在大爆炸之後的早期宇宙中，物質原本是均勻地分佈的，那為什麼在今天的宇宙中會有這些數不完的銀河系及星系呢？這個問題的答案就是：在大爆炸之後的早期宇宙中，一定存在有某種“物理機制”讓原本均勻的宇宙變得不均勻，之後這些微弱的不均勻分佈便在重力的不穩定作用 (gravitational instability) 下進一步形成今日的銀河系及星系。(這裡所謂的重力不穩定作用指的是，在三度空間中如果物質密度的分佈是不均勻的話，那麼密度高的部份將會隨時間

因重力作用向內收縮而變得密度更高，同時密度低的地方將會變得密度更低。) 目前有兩大相互競爭的理論可以提供這種讓宇宙由均勻變得不均勻的“物理機制”，那就是我們之前所探討的兩大以純量場為基石的理論：“宇宙暴脹理論”以及“宇宙殘陷理論”。圖四簡略地說明了這個道理。我們注意到有趣的一點是，這兩個理論當初在二十多年前被提出來的時候，都並不是為了解決宇宙結構形成的問題。



圖四：宇宙結構形成的過程。

在“宇宙暴脹理論”解決了那些七〇年代的宇宙論謎團之後，人們發現這個“暴脹”的物理機制還可以讓一對透過量子擾動 (quantum fluctuation) 分離後、原本要再融合消滅的粒子和反粒子瞬間凍結在時空中。這是由於宇宙在“暴脹”的階段中因為膨脹過快，將原本可透過交互作用 (causal contact) 而融合消滅的粒子和反粒子突然拉離彼此，讓彼此瞬間失去連繫、失去交互作用，而凍結在時空中。因此，在暴脹過程中透過量子擾動便可讓暴脹子這個純量場的能量分佈由原本的均勻變得不均勻。在

宇宙暴脹結束後，這些暴脹子中能量的不均勻分佈便轉化成一般物質能量的不均勻分佈。這便是我們前面所提到在宇宙結構形成問題中所需要的“物質不均勻分佈”(irregularities，見圖一)。

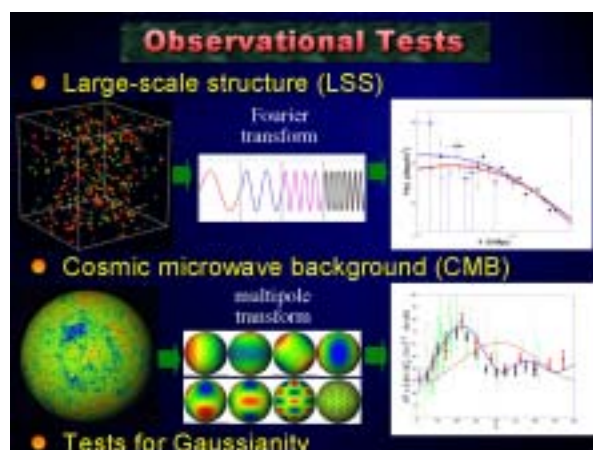
另一方面，由於“宇宙殘陷”所在處的純量場能量不是處於極小態，而宇宙其它部份的能量都是處於極小態，因此整個宇宙能量的分佈便顯得不均勻。這個能量的不均勻分佈便是以上所提過日後宇宙結構形成的基礎。這個宇宙結構形成機制的觀念最早是由 Zeldovich 在 1980 年提出。Vilenkin 在一年之後也提出了類似的概念。

三、兩大理論的比較與目前的角色

這兩大理論的背景及複雜度截然不同。以複雜度而言，宇宙暴脹理論由於理論基礎簡單優美，已引發了廣泛的討論並造就了無可計數的研究成果。相對地，宇宙殘陷理論由於牽涉到較複雜的粒子物理以及非線性的 (non-linear) 數理計算，其研究發展的速度較慢，我們對此理論的了解也較有限。

兩個理論由於基礎截然不同，二者所產生的物質不均勻分佈性 (perturbations) 也具有相當不同的物理性質。了解二者間的差異是很重要的一環，因為我們可以利用實際的觀測來區別這樣的差異，並進而證明或反證這兩個已存在了二十多年的理論。然而，並不是二者間所有的物理性差異都可以用觀測來檢驗。再者，由於篇幅有限，我們也無法將它們一一贅述。目前我們主要所能夠檢驗的有只有兩項：coherent vs. incoherent，及 Gaussian vs. non-Gaussian。換句話說，宇宙暴脹理論所產生的物質不均勻分佈是 coherent 及 Gaussian 的，而宇

宙殘陷理論所產生的物質不均勻分佈是 incoherent 及 non-Gaussian 的。



圖五：宇宙結構形成理論的觀測驗證。

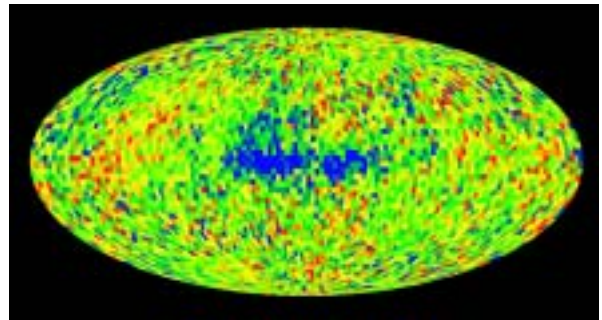
我們宇宙中已證實存在的主要組成成份是物質 (matter) 及輻射 (radiation)。前者指的是非相對性 (non-relativistic) 的物質，也就是速度遠小於光速的物質；後者指的是相對性 (relativistic) 的物質，也就是速度相近於或等於光速的物質。因此我們主要用來檢驗以上這兩大理論的方法 (observational tests) 有以下三項 (見圖五)：

1、物質大尺度分佈 (Large-scale structure，簡稱 LSS) 的 power spectrum：這主要是觀測宇宙中銀河系及物質 (matter) 在大尺度上的分佈。我們最常用的統計量叫做 power spectrum。計算 LSS power spectrum 的方法是將銀河系的三度空間分佈進行傅利葉轉換 (Fourier Transform)，然後在不同的傅利葉數 (Fourier mode) 上計算傅利葉係數 (Fourier coefficient) 的平方均值 (variance)。所謂的傅利葉數 (Fourier mode) 乃相當於所對應到尺度 (scale) 的倒數，因此 LSS power spectrum 告訴我們的是 matter

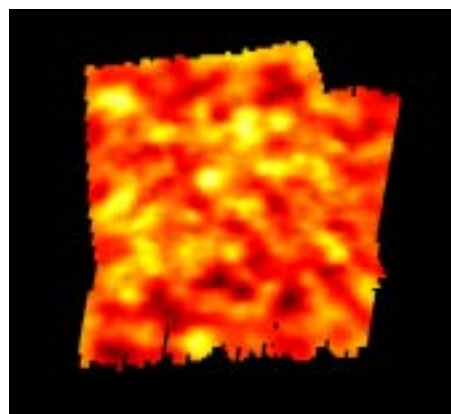
perturbation 在不同尺度上的大小。請見圖五的圖解說明。宇宙暴脹理論和宇宙殘陷理論對於 LSS power spectrum 的預測大同小異，並且和最新、最精密的觀測結果也都相符合，所以 LSS power spectrum 很難被用來分辨宇宙形成的兩大理論。

2、宇宙微波背景輻射(Cosmic microwave background, 簡稱 CMB)分佈的 power spectrum: 這主要是觀測宇宙早期所遺留下來的光子。這些光子由於在太空中旅行了很久才到達地球，因此它們的波長(wavelength)依廣義相對論會透過宇宙的膨脹而被拉長到微波 (microwave) 的波長範圍。由於其波長很長、能量很微弱、肉眼也看不到，所以它的觀測比一般的星光要來得困難許多。這些微波的存在，證明了宇宙早期溫度的確較高的事實，也間接地證明了在七 0 年代以前爭辯了許久的宇宙大爆炸理論。在 1992 年，美國的 COBE 衛星更進一步地發現了 CMB 強度非等向性的事實(見圖六)。如同以上所介紹的 LSS power spectrum 一般，我們也可以計算 CMB 的 power spectrum。計算的方法是將全天的(full-sky，也就是來自地球四面八方的)CMB 強度進行多極轉換(multipole transform，或有時叫做 spherical harmonic transform)，然後在不同的多極數(multipole mode)上計算多極係數(multipole coefficient)的平方均值(variance)。所謂的多極數(multipole mode)乃相當於所對應到視角尺度(angular scale)的倒數，因此 CMB power spectrum 告訴我們的是 photon perturbation 在不同視角尺度上的強度(見圖五的圖解說明)。宇宙暴脹理論和宇宙殘陷理論對於 CMB power spectrum 的預測截然不同：由於宇宙暴脹理論所產生的 radiation perturbation 是 coherent 的，所以它所預

測的 CMB power spectrum 具有多個循環性的極大值(periodic peaks; 見圖五下圖的藍線); 相對地，宇宙殘陷理論所產生的 radiation perturbation 是 incoherent 的，所以它所預測的 CMB power spectrum 只有一個極大值(見圖三下圖的紅線)。依據去年及今年由 MAXIMA (見圖七)、Boomerang 及 DASI 等計劃所獲得的最新 CMB 觀測，我們已證實了 CMB power spectrum 確實具有多個循環性極大值(periodic peaks)的結構。這項結果支持了宇宙暴脹理論成為主要宇宙結構形成的理論，但並不表示宇宙殘陷完全不存在。



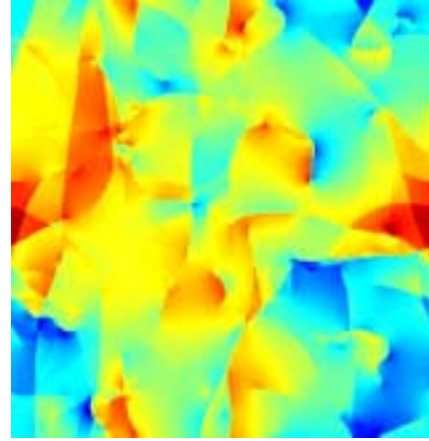
圖六：COBE 計劃在西元 1992 年所觀到的全天 CMB 展開圖。



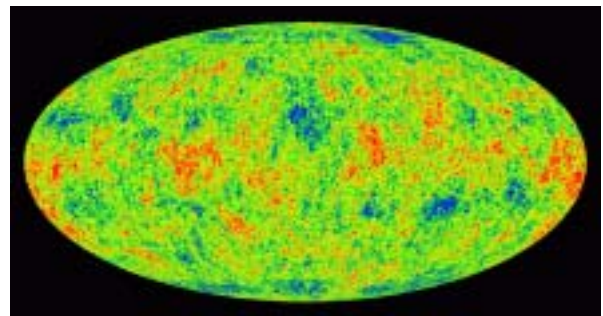
圖七：MAXIMA 計劃在西元 1999 年所觀到的 CMB，視角大小約 $10 \times 10^\circ$ 。

3、LSS 和 CMB 的分佈(perturbation)是否為 Gaussian：除了檢測 power spectrum 以外，我們還可以檢驗 LSS 及 CMB 的分佈是否為 Gaussian。所謂 Gaussian 分佈的意思是，perturbation 的分佈僅由兩點關連函數(two-point correlation function)所決定，而其它較高次的統計量(higher-order statistics)全都是零。如同以上所提到，宇宙暴脹理論產生 perturbation 的物理機制是透過量子擾動(quantum fluctuation)，由於量子擾動是一個隨機過程(random process)，因此它所產生的 LSS 和 CMB 是 Gaussian 分佈地。相對地，宇宙殘陷理論產生 perturbation 的機制是非線性的，因此它所產生的 LSS 和 CMB 是 non-Gaussian 分佈地(見圖八)。然而，不管 LSS 的分佈在早期宇宙中是 Gaussian 或 non-Gaussian 的，在宇宙結構形成發展的後期，重力的非線性作用(non-linear effect of late-time gravitational collapse)將迫使 LSS 的分佈變成 non-Gaussian。因此，通常我們只檢驗 CMB 的分佈是否為 Gaussian。在筆者所領導利用 MAXIMA 觀測數據來檢測 CMB 之分佈是否為 Gaussian 的計畫中，我們發現 CMB 的分佈在視角十弧分(10 arcminutes)以上是 Gaussian 地。雖然這是目前世界上具有最高解析度及精確度的觀測結果，但我們仍然不能完全確定宇宙殘陷不存在。理由是他們可能存在，但其能量密度可能遠比我們之前所期盼的小很多，而因此不容易被觀測到。這個部份我們將仰賴未來更精確的觀測結果來做進一步的確認。圖八是筆者用超級電腦所模擬出目前全世界最高解析度的全天 CMB。像圖八這樣具有高解析度的全天 CMB 將由去年六月底剛發射的美國太空總署 MAP 衛星或由將於 2007 年發射的歐洲太空總署 Planck

衛星所獲得。如此高解析度的全天 CMB 觀測，將有助於我們對於宇宙的結構進行更深入的了解。



圖八：電腦模擬出由宇宙弦產生的 CMB，視角大小約 10×10 。



圖九：超級電腦所模擬出的全天 CMB 展開圖。

四、結論

以上我們對於宇宙論中兩個以純量場為基礎的理論進行探討。在純量場還未在物理世界中被證實存在的同時，這兩個理論卻已在宇宙論中扮演了重要的角色。我們看到，目前的種種觀測結果已能由宇宙暴脹理論來成功地解釋，而無法由宇宙殘陷理論來獨立地闡釋。然而我們也提到，目前的結果並不能證明宇宙殘陷完全不存在。他們的存在與否將可由未來更精確的觀測結果進行確認。這兩個理

論可以同時存在，並且他們各自在宇宙論及基礎物理上扮演著不同的角色：無論宇宙的結構是如何形成的，我們總是需要宇宙暴脹理論來解決八〇年代以前被提出的那些宇宙論謎團（見以上第二節）；宇宙殘陷存在的確認將會是基礎物理發展上的重大突破，因為他們的存在將是宇宙早期自發性對稱破裂相變存在的重要證據（見以上第二節），也將間接地支持了統一場論(Grand Unified Theory)。我們期待未來數年中的天文觀測能夠讓我們對這兩個理論進行更進一步的驗證和了解。即使這兩個理論在未來都能成功地生存下來，我們仍須面對是否接受純量場確實存在的事實。在此希望

有興趣的朋友們能夠一起來加入我們研究宇宙論的行列。有關於本文的進一步相關資料，讀者們可以由以下的網頁獲得：
<http://astron.berkeley.edu/~jhpw>。

作者簡介：

吳俊輝 (Jiun-Huei Protty Wu)，英國劍橋大學應用數學暨理論物理系宇宙論博士，現任教於台大物理系暨研究所。主要研究領域包括宇宙結構的形成與演化、宇宙弦等宇宙殘陷理論、宇宙微波背景輻射、宇宙的大小及拓撲。