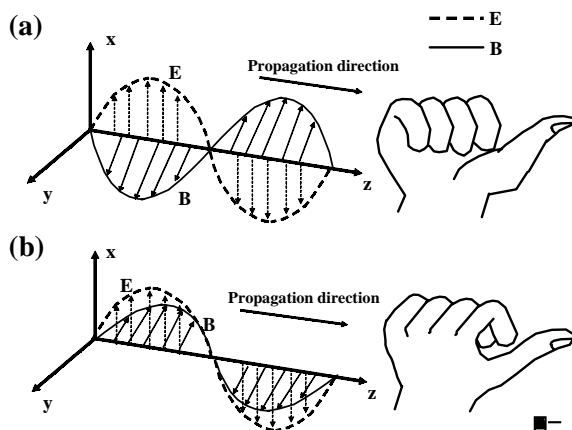


什麼是左手系(left-handed)介質？

何符漢、蔡定平 國立台灣大學物理學系
劉威志 國立台灣師範大學物理學系
e-mail: fuhanho@phy.ntu.edu.tw

一般而言，電磁波由電偶極(dipole)激發後，輻射出為橫波(transverse wave)性質的電磁場，也就是其振幅的振盪方向垂直於傳遞方向，直觀上這樣的圖像可以簡單地從圖一(a)來表示，其中，考慮一單頻(monochromatic)且線性偏振(linear-polarized)的電磁波沿一方向傳遞時，當電場的向量為某一方向確定時，磁場的振動方向也是被決定的，這即是所謂的**右手(right-handed)**定則，也就是數學上電場作用於磁場的外積(cross, $E \times H$)方向為傳遞能量的方向。反過來說，當傳遞方向與電場方向決定時，磁場的振動方向如果可成為圖一(b)的情況，



圖一：(a) 正常介質中，電磁波傳遞方向為遵守右手(right-handed)定則時之示意圖，其中 x 方向振盪為電場方向，y 為磁場方向，z 軸為能量傳遞方向；(b) 電磁波傳遞方向為遵

守左手(left-handed)定則時之示意圖。

此時以數學上而言，電場作用於磁場的外積方向加一負號即為傳遞能量的方向，我們可將其視為所謂的**左手(left-handed)**定則的情形，不過在自然界中我們似乎都沒有遇過這樣的情形，而有趣的問題是：是不是存在一種物質，在電磁場通過時，只可以將電場或磁場其中一振動方向做 180 度的轉向，而達到這樣現象？

基本原理

詳細地說，電磁波在介質中傳播的行為都是由**介電常數**(permittivity, ϵ)與**磁導率**(permeability, μ)來決定，在等向性均勻介質中，可將單色(monochromatic)波的波向量(wave vector) k 與頻率 ω 的關係(色散關係, dispersion relation)簡化為

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \quad (1)$$

這裡 n^2 是代表折射率的平方，並且

$$n^2 = \epsilon\mu \quad (2)$$

假如考慮介質完全沒有能量損失(loss)的特殊情形，也就是當考慮 n 、 ϵ 、 μ 都假設為正實數的情況時，可發現到在 ϵ 與 μ 同時(simultaneous)變號的條件下，對式(1)和(2)是沒有任何影響的。1968 年 V. G. Veselaga 立刻對這樣的結果做幾種推論^[1]：其一，

我們可以假設當 ϵ 與 μ 同時變號時物質的性質不受改變；其二，或許 ϵ 與 μ 同時為負值這種物理現象可能抵觸某些基本的物理定律，使得沒有一種物質到目前為止被發現能同時 $\epsilon < 0$ 和 $\mu < 0$ ；其三，是否具有 ϵ 與 μ 同時為負值的物質應具有一些特別的基本性質。本文就來介紹具有這樣物理性質的材料在理論上和實驗上的發展和應用。

探就本質上 ϵ 、 μ 之符號與電磁定律的關聯，我們必須討論 ϵ 、 μ 分別在馬克斯威方程式出現的關係，而並非從 ϵ 、 μ 的乘積來討論(如式(1)-(2))，

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3')$$

對於單色波而言，其解都正比於 $e^{i(kz-\omega t)}$ ，故可將(3)與(3')簡化為

$$[\vec{k} \times \vec{E}] = \frac{\omega}{c} \mu \vec{H}, \quad [\vec{k} \times \vec{H}] = -\frac{\omega}{c} \epsilon \vec{E} \quad (4)$$

從這些式子可看出，當 $\epsilon > 0$ 和 $\mu > 0$ 時， E 、 H 、 k 將形成一組**右手系(right-handed)**的向量組；而相對地，當 $\epsilon < 0$ 和 $\mu < 0$ 時， E 、 H 、 k 將形成一組**左手系(left-handed)**的向量組。一般而言，可定義一個符號 p 代表一介質的**正向性(rightness)**，如果 E 、 H 、 k 形成一組右手系(right-handed)的向量組，則 $p=+1$ 代表右手系，相對地，若為一左手系(left-handed)的向量組，則 $p=-1$ 代表左手系。

對於電磁波能量的傳遞行為，主要是被坡印亭(Poynting)向量 \vec{S} 來決定，

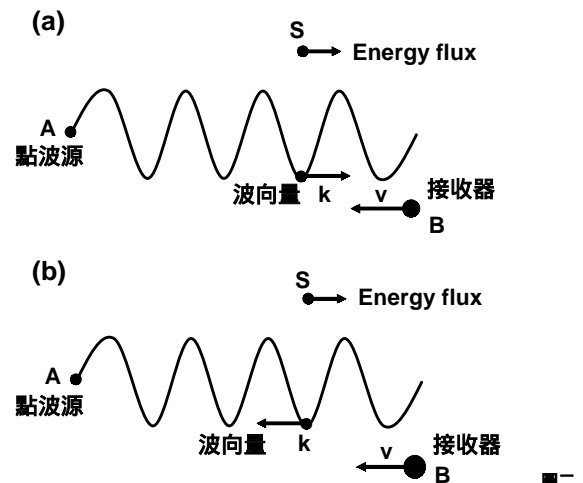
$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H}) \quad (5)$$

其中在介質中的電磁場可由式(3)與(3')來決定，這裡可以清楚的了解， \vec{S} 通常與 E 、 H 形成一個右手(right-handed)系統，也就是能量傳遞的方向 \vec{S} 跟波

前進的方向 k 在右手系介質中總是同方向，然而，當系統為一左手系(left-handed)的介質時，這兩個向量就會依反方向而行。而波向量 k 是指相速度(phase velocity)的前進方向，故左手系(left-handed)介質又可稱之為**負群速(negative group velocity)介質**，通常是發生在非同向性(anisotropic)材料或具有空間色散性質(spatial dispersion)的介質。換句話說，只要提到“左手系(left-handed)介質”，其意義就等同於“具有負群速度的介質”。這裡立刻舉一個簡單的代表性例子——都普勒效應(Doppler effect)，假設一輻射源在左手系(left-handed)物質中發出固定頻率 ω_0 且固定相位的電磁波，並其相對運動方向朝著偵測器而行，如圖二所示，則其偵測器量取到的輻射頻率將會小於 ω_0 ，並非如一般右手系介質內頻率會增大，故使用正向性(rightness) p 來重寫都普勒位移的公式即為，

$$\omega = \omega_0 (1 - p \frac{v}{u}) \quad (6)$$

這裡定義當偵測器速度 v 遠離輻射源為正，而電磁波能量傳遞的速度 u 通常都視為正值。



圖二：都普勒(Doppler)效應在(a)右手介質中和(b)在左手介質中的情況。其中A帶表輻射源，B代表接收器， \vec{S} 是能量通量的方向， k 代表波向量， v

是接收器的速度。

什麼樣的物質會具有 ϵ 、 μ 同時為負值的特性呢？首先我們已經知道，對於同向性介電質(dielectrics)，其 ϵ 、 μ 都為正值。對於 $\epsilon < 0$ 、 $\mu > 0$ 的情形，在這裡一般是先考慮電漿(plasma)的特殊情況，包含了氣體電漿和金屬固體內電子密度高所視為的固態電漿，在無磁場狀態的電漿其 ϵ 為

$$\epsilon = 1 - \sum_{\text{all carrier}} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \quad (7)$$

其中 $\omega_0^2 = 4\pi Ne^2/m$ ， N 是載子(carrier)濃度， e 是電荷(charge)量， m 是電子質量(mass)，其總和量包括所有類型的載子的貢獻。而 $\mu < 0$ 發生的情形或與 $\epsilon < 0$ 同時發生的情形目前在單一或同向性介質還沒有被發現過。V. G. Veselaga 討論了左手系(left-handed)物質的概念後^[1]，也提出一個可能性，由設計特殊非同向性介質來產生 $\epsilon < 0$ 、 $\mu < 0$ ，例如一種環向(gyrotropic)結構介質，描述此介質性質的張量(tensor) ϵ_{ik} 、 μ_{ik} 為

$$\epsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} \mu_1 & i\mu_2 & 0 \\ -i\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

這樣的介質有趣的地方在於若有一圓偏振的電磁波沿 Z 軸方向入射，其感受到介質的折射率(index of refraction)即為

$$n^2 = (\epsilon_1 \pm \epsilon_2)(\mu_1 \pm \mu_2) \quad (10)$$

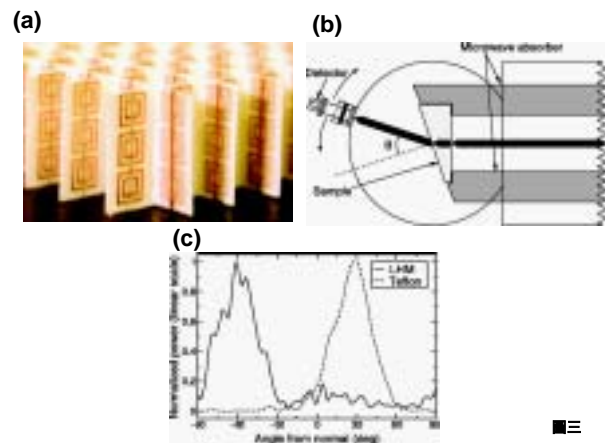
所以這裡很容易可以看出等效(effective)介電常數或磁導率可被控制為小於0，但 n^2 仍然大於0而使電磁波依然能夠在此介質中傳遞，如此可製作出左

手系(left-handed)介質。

以下將會介紹左手系介質的例子，除了給一些物理概念之外，也有已經發表過的實際實驗結果。

應用實例

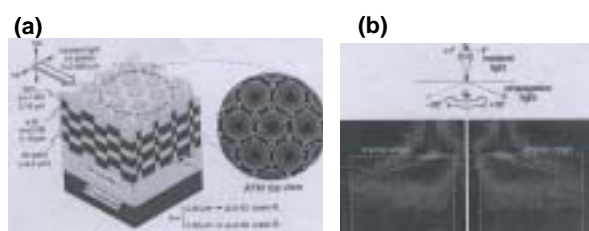
左手系(left-handed)介質與現象最近已經被用人工的結構製作和量測過，基本上，要設計左手系介質結構要先了解材料本身折射率和波長的對應關係，才能預期在某些波段中產生等效為負值的介電常數或磁導率，在利用結構的設計來符合整體折射率為負值的要求，在這裡介紹兩個例子。其一，利用之前提過的環向(gyrotropic)結構所做的二維結構，如圖三(a)所示，在纖維玻璃板上，利用一般蝕刻技術，結合以銅(copper)做的環共振器和導線的結構^[2,3,4]，在平面上做成一組二維矩陣列，使這個結構能夠在微波(microwave)的波段被視為一個左手系介質，其原理只是做一件簡單的工作，銅做的環共振器為一有分裂缺口的雙環結構，其設計的目的在以人為結構改變有效磁化率為-1，而導線的



圖三：(a)在纖維玻璃板上，以銅所做環像結構的共振器，其中導線作用為一電偶，(b)檢驗斯聶耳定律之實驗架構圖，使用波長為微波範圍，(c)以鐵伏龍(Teflon)和左手介質結構所做實驗結果比較[本圖取自 R. A. Shelby, D. R. Smith, and S.

Schultz, Science **292**, 77(2001)]。

設計是為了電場入射時，在固定長度的一維導體中使得電漿可產生共振模式，以達到有效介電常數為-1，其最後結果就是使得磁場振動方向反轉 180 度；而其驗證的方法十分簡單，將此結構排列並切割成一稜鏡形狀，另外取普通微波可穿透的介質，如鐵伏龍(圖三(b))，來作對照實驗，可發現利用斯乃耳折射實驗的結果會有截然不同的情況，如圖三(c)的結果，電磁波的折射後對應於法線的方向竟然與入射線同一邊，而對於此負向的角度的實驗結果，可利用後面將提到的式(13)推估等效的折射率(約接近 $n=-2.7$)，並且在不同波段(GHz 的範圍)的折射率也可因為材料本身對不同波段吸收譜不同，而可調制為正值或負值。另外一個例子是光子晶體^[5]，可在矽基板上作特殊結構，或作三維的結構，由特殊的週期性結構來改變其介電常數的色散(dispersion)關係，形成一個對於特定電磁波的禁帶(band-gap)，不過此結構也可經過特別設計後，使得這種結構整體的有效介電常數會在某些波段符合為左手系(left-handed)介質條件的可能，如圖四



圖四

圖四：(a)以矽(Si)和氧化矽(SiO_2)搭配所製作的光子晶體結構，(b)以電磁波在入射角 7° 時入射所得的反射角約為 -70° ，黑色區域為實驗結果，虛線部分為晶體的邊界[本圖取自 H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura,

T. Sato, and S. Kawakami, Phys. Rev. B **58**, 10096(1998)]。

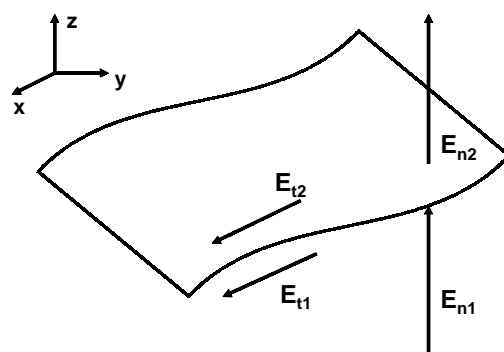
所示，這種結構所產生的現象特別對波長的靈敏度比一般介質為強，此結果稱為超稜鏡(superprism)現象。所以這些發現可以廣泛應用在不同元件的發展上，如光引導(beam steerer)元件，光調制(modulation)元件，帶通濾波器(band-pass filter)等。

討論對於上述的特殊折射現象，考慮一道平面電磁波從一介質到另一介質所需要滿足的邊界條件(boundary conditions)為

$$E_{t1} = E_{t2}, H_{n1} = H_{n2} \quad (11)$$

$$\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}, \mu_1 H_{t1} = \mu_2 H_{t2} \quad (12)$$

其中 E 為電場向量， H 為磁場向量， t 代表橫向(transverse)傳遞波，其方向為平行於介質介面， n 代表正向(normal)傳遞波，其方向為垂直於介質介面，如圖五所示，這個條件不管其正向性(rightness)是否相同都必須遵守的。式(12)可知，對於折射(refraction)



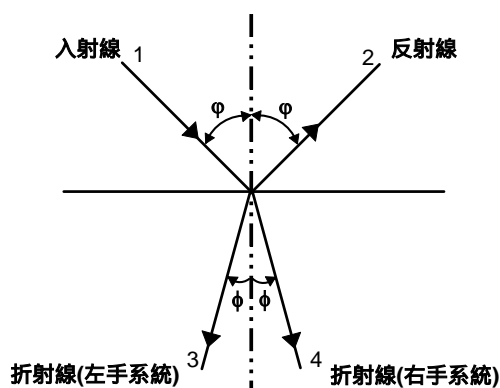
圖五

圖五：考慮電磁波在介面的邊界情況，電磁波從介質 1 入射至介質 2，其分量可分成正向(normal)波 E_n 和橫向(transverse)波 E_t 來討論。

關係而言，E 和 H 的 x、y 分量將不會受到正向性(rightness)影響而維持原方向，然而，對於 z 分量的方向將會受到正向性(rightness)的影響而改變，如式(12)所表示，也就是當兩介質正向性(rightness)不同，z 軸傳遞方向將會改變，故當電磁波傳遞經過不同介質時，其強度會受到 ϵ 、 μ 而改變，並且其方向也會因 ϵ 、 μ 的符號而影響正向性，使傳播方向相對於介面或垂直軸而改變，換句話說，就是 k 向量的改變，如圖六所示。這裡可將斯聶耳定律(Snell's law)作一推廣

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n_{1,2} = \frac{p_2}{p_1} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \quad (13)$$

其中， p_1 和 p_2 分別代表兩介質的正向性(rightness)，而要注意的是左手系(left-handed)介質的折射率相對於真空為負值。同樣的，對於 Fresnel 定律嚴格來定義也必須考慮正向性(rightness)來表示。

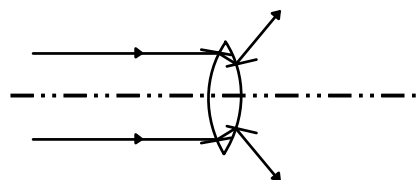


圖六

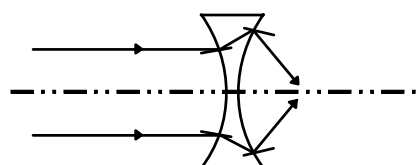
圖六：以線光學(Ray optics)來表示電磁波通過兩不同介質的情況，1 為入射線，2 為反射線，3 為若經過第二個介質為左手系介質的折射線，3 為若經過第二個介質為正常右手系介質的折射線。

另外，考慮依照式(13)對於一般透鏡的影響，若是透鏡置於不同正向性(rightness)的介質當中，受到介質的正向性(rightness)影響，也會有不同物理現象的發生。由圖七可發現，對於一平行光軸的電磁波入射，若透鏡與周圍介質正向性(rightness)相反，凸透鏡的匯聚(converging)作用會相反成為發散(diverging)現象，而凹透鏡的發散會成為匯聚作用。而有趣的是，對於一個點波源(point source)

(a) 凸透鏡的散焦現象



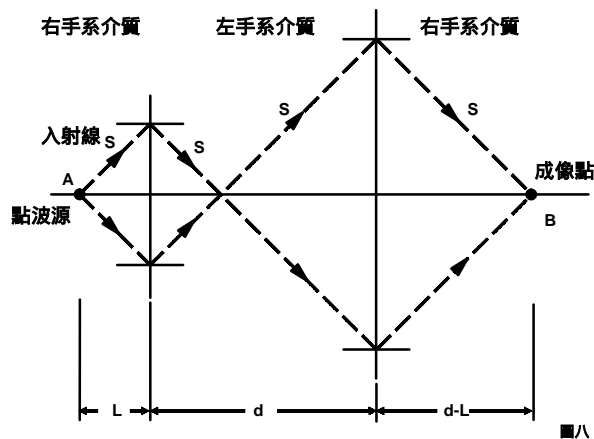
(b) 凹透鏡的聚焦現象



圖七

圖七：假設電磁波通過不同正向性(rightness)介質的情況，(a)顯示光線經過凸透鏡後，因折射方向改變而形成散焦現象，(b)顯示凹透鏡的聚焦現象。

在一般右手系(right-handed)介質，若置放在一左手系(left-handed)介質前，如圖八所示為二維板狀(slab)結構，此左手系(left-handed)介質將會形成一匯聚透鏡，將入射波重新匯聚於介質另一面的一點，此現象稱為完美的透鏡(perfect lens)^[6]，並且此



圖八：假設一輻射源 A 置於一寬為 d 的左手系介質板，B 為最後成像的位置，電磁波必須在左手系介質中先匯聚一次，再靠介面二次折射作用在介質外匯聚在同一點。

現象只能發生在點波源的成像，否則將與圖七的情形一樣，故與一般透鏡的功能並不相同，我們接著就來討論這個有趣的新現象。

完美透鏡(perfect lens)

世界上還有什麼透鏡會比努力地介電質(dielectrics)上設計加工到最佳化還要更好？這是一個值得挑戰的話題。考慮一個無限小(infinitesimal)的電偶極(dipole)置於一匯聚透鏡前，可將其電場的二維分佈以傅利葉(Fourier)分量來表示

$$E(r, t) = \sum_{\sigma, K_x, K_y} E_{\sigma}(K_x, K_y) \times \exp(ik_z z + ik_x x + ik_y y - i\omega t) \quad (14)$$

這裡我們取 z 軸為光軸，所以由馬克思威(Maxwell)方程式可得

$$k_z = +\sqrt{\omega^2 c^{-2} - k_x^2 - k_y^2}, \omega^2 c^{-2} > k_x^2 + k_y^2 \quad (15)$$

而透鏡的功能就在於，在某段距離外再將相位的每

一分量重新集合起來，形成一焦點(focus)，而出現電偶的像(image)。然而，在這個過程中有一些量已經被遺失，也就是對於波向量(wave vector)較大的值(高頻的部分)，

$$k_z = +i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \omega^2 c^{-2}}, \omega^2 c^{-2} < k_x^2 + k_y^2 \quad (16)$$

這些量隨著距離的增加而成指數衰減(exponential decay)，故對於成像的相位將無法獲得補足，而成像的相位和振幅量將只有行進波(propagating wave)所貢獻，而此行進波分量又受限於

$$k_x^2 + k_y^2 < \omega^2 c^{-2} \quad (17)$$

故透鏡成像的解析度將無法大於

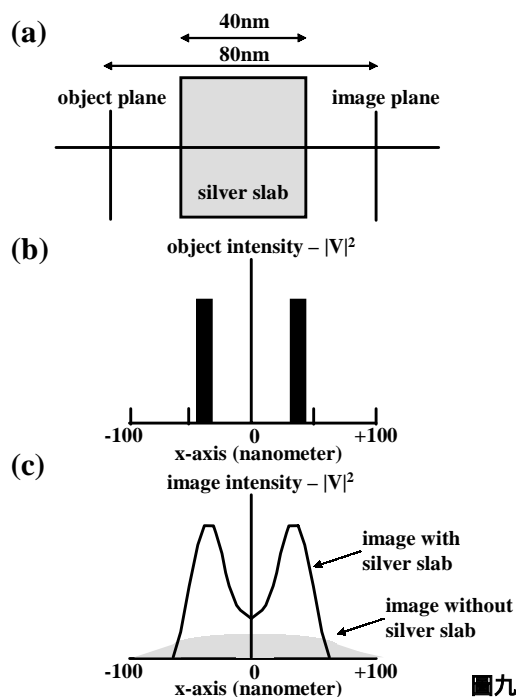
$$\Delta \approx \frac{2\pi}{k_{\max}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda \quad (18)$$

換句話說，一般透鏡的解析度都受限於其物體表面反射(或輻射源)所散射出的消散波(evanescent field)的損失，其量隨著垂直表面距離作指數衰減(exponential decay)，也包括一些屬於高頻的分量，故在成像時不但整體強度會減弱，並且這些隨距離消散的波相位(phase)也會損失，而產生相差(aberration)或失真，這是一般介電質透鏡無論如何不能克服的問題所在。

對於左手系介質(left-handed)而言，依照式(13)和圖八，所有點波源發散的波都會重新匯聚到左手系(left-handed)介質的另一點，以至於相位不會有部分遺失，這一點可用簡單 Fresnel 定律可驗證；然而，真正左手系(left-handed)介質的板狀結構之優點在於，入射的電磁波對於消散場的衰減可以被“抵消”，也就是電磁波的振幅經過此介質後還能調制回原振幅，而使得橫向波的相位不因振幅衰減

而失真，其數學證明也是利用 Fresnel 定律可簡單驗證。換句話說，以左手系(left-handed)介質的板狀結構所成為的“透鏡”，其傳遞(propagating)波和消散(evanescent)波同時都貢獻於像的解析度。一個值得注意的地方是：在光頻率範圍當中，電子模型較接近固態電漿(可視為 Drude 模型的介電常數公式)的有金、銀、銅，其在左手系介質中所要求的磁性條件可在靜電(electrostatic)近似下忽略，而當介質的 $\epsilon=-1$ 時，正是表面電漿量子(surface plasmon)存在的條件，也就是完美透鏡的聚焦條件和表面電漿量子的存在是有某種關聯，目前對於這一點大家還不甚了解，對這整個問題也在知名物理期刊上引發一些爭論^[7]，此仍需實驗和更深入的理論去研究。

圖九為以 40nm 的銀(silver)膜為例子，對其所做的模擬成像結果。當然此結果做了不少理論上良好的近似，對實際的例子而言，因物質有色散(dispersion)關係和一定的耗損(loss)，在實際設計上並不是如此簡單可以做到^[8]；另外一點是此結果會與其輻射源的形狀有些關聯(feature-size dependent)，其結構需小於應用波長，故在應用上需經特殊設計，且此概念與結果可對於近場顯微術^[9]和微影術(lithography)以及光調制器上，有很多啟發與應用的概念。



圖九：以 40nm 的銀薄膜為例當作左手系介質的計算結果，(a)物和像平面在銀薄膜兩側 20nm 處，其中 Z 軸為光軸，(b)假設在物平面(x 方向)上有兩個物件的強度(intensity)，(c)計算過後成像在 x 軸的強度分布情形，其中黑塊區域為沒有銀薄膜的情況，而實線代表的是有銀薄膜的成像結果[本圖取自 J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. 85, 3966(2000)]。

結語

左手系介質目前在研究和應用上是一個嶄新的領域，並且是相當有趣且吸引人的熱門議題，更進一步的是這樣的材料有許多特殊的物理性質是以前材料所不存在的，如光折射性質的不同、電磁波傳遞時振幅的增益以及對波長的敏感性，是可立即應用與解決許多在光電元件上設計的問題，像是

在光積體線路的光引導元件、電磁波振幅調製器和近場光學顯微成像元件的設計等,故希望在國內奈米技術蓬勃發展的此刻,對於製作新穎且有用的特殊光電元件上,左手系介質的概念能給大家一些啟發。

參考資料

- [1] V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. **10**, 509(1968).
- [2] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47**, 2075(1999).
- [3] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184(2000).
- [4] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, Science **292**, 77(2001).
- [5] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, Phys. Rev. B **58**, 10096(1998).
- [6] J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966(2000).
- [7] G. V. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **87**, 249701 (2001) ; J. M. Williams, Phys. Rev. Lett. **87**, 249703 (2001); P. M. Valanju, R. M. Walser, and A. P. Valanju, Phys. Rev. Lett. **88**, 187401 (2002); N. Garcia and M. Nieto-Vesperinas, Phys. Rev. Lett. **88**, 207403 (2002) ; N. Garcia and M. Nieto-Vesperinas, Opt. Lett., **27**, 885 (2002).
- [8] R. W. Ziolkowski and E. Heyman, Phys. Rev. E **64**, 056625(2001).
- [9] Z. M. Zhang and C. J. Fu, Appl. Phys. Lett. **80**, 1097(2002).