

# 宇宙大爆炸製核理論與宇宙重子密度

林文隆

國立台灣師範大學物理系

e-mail: [wenlin@phy03.phy.ntnu.edu.tw](mailto:wenlin@phy03.phy.ntnu.edu.tw)

## 摘要

宇宙大爆炸製核理論，簡稱 BBN，係宇宙大爆炸理論四大基礎之一。它預測宇宙在最初三分鐘左右製造了大量的  $^4\text{He}$ ，少量的  $^2\text{H}$  及  $^3\text{He}$ ，及更少量的  $^7\text{Li}$ 。這些輕元素之原始含量與當時重子數目和光子數目之比值有關。因此將輕元素原始含量觀測數據與 BBN 之預測對照，我們可以知道宇宙重子密度是多少。令人驚訝的是我們熟悉的物質竟然只佔宇宙全部物質的一小部份而已。本文簡介 BBN 歷史、BBN 物理、輕元素原始含量觀測數據、最近有關  $^2\text{H}$  之精確測量、非標準 BBN 之研究、以及宇宙之物質與能量。

## 一、前言

BBN 係宇宙大爆炸製核理論 (Big Bang Nucleosynthesis) 之簡稱。BBN、哈伯定律、宇宙微波背景 (CMB) 及宇宙微波背景異向性 (Anisotropy) 四者是宇宙大爆炸理論 (Big Bang Cosmology) 之主要觀測證據。1940 年代 George Gamow 首先有了 BBN 之原始想法<sup>[1]</sup>。接著 Gamow, Alpher 及 Bethe 於 1948 年發表之論文中<sup>[2]</sup>，提出週期表上之元素都有可能在宇宙早期時透過中子捕捉過程製造出來，這篇論文開啟了 BBN 研究的大門。隨後 Hayashi、Fermi 及 Turkevich 分別提出一些影響 BBN 之物理因素：Hayashi<sup>[3]</sup> 指出微中子與中子之非彈性散射對元素合成時中子數目與質子數目之比值影響很大；Fermi 及 Turkevich 則指出由於沒

有質量數為 5 和 8 之穩定原子核及兩核之間的庫倫障礙 (Coulomb barriers) 使得合成比  $^4\text{He}$  更重之元素相當困難。在考慮這些因素後 Alpher, Herman 及 Follin 三人正確描述了早期宇宙如何形成大量的  $^4\text{He}$  及其他少量輕元素<sup>[4]</sup>。就在宇宙微波背景輻射被發現之前不久，Hole 及 Tayler<sup>[5]</sup> 計算出早期宇宙大約製造了佔總質量百分之二十五的  $^4\text{He}$ ，與觀測的結果相符合。在宇宙微波背景輻射被發現之後，Peebles<sup>[6]</sup> 及 Wagoner, Fowler, Hoyle<sup>[7]</sup> 做了有關 BBN 方面很詳細的計算，自此 BBN 之計算進入新的紀元，隨著 BBN 計算不斷的改進，尤其是有了更準確核反應截面積的實驗值，BBN 所預測早期宇宙製造出來輕元素的含量也更為精確。到了 1980 年代，BBN 所預測宇宙合成輕元素 ( $^4\text{He}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ) 的含量與觀測值相當符

合，BBN 也就成為宇宙大爆炸理論的主要基礎。而 1977 年 Steigman, Schramm 及 Gunn 三人<sup>[8]</sup>利用 BBN 之計算與  $^4\text{He}$  含量觀測值得到  $N_\nu < 5$ ，他們的工作大大促進了粒子宇宙學的蓬勃發展。1988 年 Tytler 和 Burles<sup>[9]</sup> 兩人共同量到宇宙原始  $^2\text{H}$  的準確含量，並由此求得宇宙重子能量密度。這項測量使得 BBN 進入精確科學的時代。

## 二、BBN 物理

首先我們考慮 BBN 之標準模型，簡稱為 SBBN。其基本假設包含(1)宇宙標準模型(2)三代質量為零或很小之微中子(3)微中子之化學位勢(chemical potentials) 很小或零(4)沒有粒子物理標準模型之外其他相對論性粒子處於熱平衡。(5)重子在空間之分佈是均勻的。另外，SBBN 有兩個輸入參數：中子的生命期  $\tau_n$  和核反應的截面積  $\sigma$ 。

根據宇宙標準模型，宇宙尺度因子(scale factor)隨時間之變化滿足 Friedman 方程式

$$\frac{\dot{R}}{R} = H^2 = \frac{-k}{R^2} + \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (1)$$

上式中  $R$  表示尺度因子， $H$  為哈伯參數(亦即宇宙膨脹之速率)， $k$  為曲率常數， $\Lambda$  為宇宙常數， $\rho$  為各種物質之能量密度。當我們考慮早期宇宙時，曲率項及宇宙常數項皆可忽略，故得

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho \quad (2)$$

早期的宇宙能量密度主要來自相對論性粒子之貢獻，故宇宙能量密度<sup>[10]</sup>

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g^* T^4 \quad (3)$$

上式中  $g^*$  表有效粒子種類之數目(effective number

of species)。

將 (3) 式代入 (2) 式得

$$H^2 = \frac{8\pi^3}{90} G_N g^* T^4 \quad (4)$$

將  $G_N$  用蒲朗克質量表之  $G_N = \frac{1}{M_P^2}$ ，

$M_P = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$ ，即得

$$H = 1.66 \sqrt{g^*} \frac{T^2}{M_P} \quad (5)$$

從方程式(5) 可知宇宙膨脹速率  $H$  和  $\sqrt{g^*}$  正比。

當宇宙年齡  $t \leq 0.1$  秒，溫度  $T \geq 10 \text{ MeV}$  時，宇宙可視為很熱 ( $\geq 10^{10} \text{ K}$ ) 且在快速膨脹中的電漿，宇宙的能量主要由輻射及相對論性粒子所提供。此時宇宙有大約相同數目的電子，正子，微中子及反微中子(共有三代)及光子。非相對論性粒子則有質子和中子，其數目大約只有光子數目的數十億分之一。因此宇宙有效粒子種類之數目為

$$g^* = \sum_{\text{bosons}} g_b + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermions}} g_f = \frac{43}{4} \quad (6)$$

若相對論性微中子有  $N_\nu$  代，則

$$g^* = \frac{43 + 7(N_\nu - 3)}{4} \quad (7)$$

剛開始比氫更重的原子核尚無法存在，質子和中子可經由下列弱作用的過程互換：

$$e^+ + n \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (8)$$

$$p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e \quad (9)$$

$$n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (10)$$

由於此時弱反應速率大於宇宙膨脹速率，即  $\Gamma_w \sim G_F^2 T^5 > H$ ，質子和中子處於熱平衡狀態，因此中子數目和質子數目的比值由波茲曼因子(Boltzmann factor) 來決定：

$$\frac{n}{p} = e^{-(m_n - m_p)/T} \quad (11)$$

式中  $m_n - m_p \sim 1.3 \text{ MeV}$ 。

隨著宇宙的膨脹，溫度跟著下降，當  $T = T_f \sim 1 \text{ MeV}$ ， $t \sim 1 \text{ sec}$  時，微中子自電漿中分離 (decouple)，此後中子的含量不再遵循波茲曼因子，中子和質子數目的比值被凍結為

$$\left(\frac{n}{p}\right)_f = e^{-(m_n - m_p)/T_f} \sim \frac{1}{6} \quad (12)$$

之後中子數目減少係因它蛻變成質子所致， $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ，當  $t \geq t_f$  時，其比值為

$$\frac{n}{p} = \left(\frac{n}{p}\right)_f \cdot e^{-(t-t_f)/\tau_n} \quad (13)$$

直到  $T = T_N \sim 0.1 \text{ MeV}$ ， $t = t_N \sim 3 \text{ min}$  時，才有大量的氘核 ( $^2\text{H}$ ) 經由下列反應形成

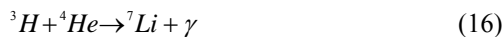


這是因為  $^2\text{H}$  的束縛能  $E_B \sim 2.22 \text{ MeV}$ ，在此之前所形成之  $^2\text{H}$  很容易被光子光解成 (photodissociation) 質子和中子。由於一部份的中子已蛻變成質子，此時其比值減少為

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{t_N} \sim \frac{1}{7} \quad (15)$$

幾乎全部的中子都轉換成  $^2\text{H}$ ，接著很快速經由  $^3\text{H}$  或  $^3\text{He}$  而形成穩定的  $^4\text{He}$ 。

當然還有少量的  $^2\text{H} (\sim 10^{-4})$  及  $^3\text{He} (\sim 10^{-5})$  殘留。另外還有更少量的  $^7\text{Li} (\sim 10^{-10})$  經由下列反應產生



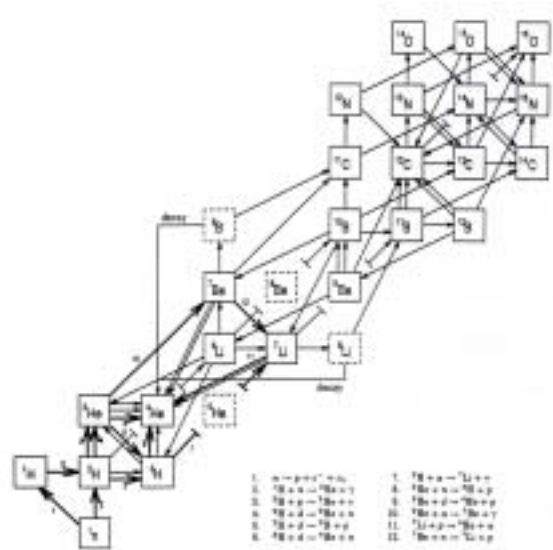
由於當時能量密度低 ( $\leq 10^{-5} \text{ g.cm}^{-3}$ )，逐漸增加的

庫侖障礙，以及缺乏質量數為 5 和 8 的穩定原子核，早期宇宙無法形成比  $^7\text{Li}$  更重的原子核。因為大部分的中子最後都鎖在  $^4\text{He}$  核裡面，所以  $^4\text{He}$  的原始含量乃由元素開始形成時自由中子數目和自由質子數目的比值  $\left(\frac{n}{p}\right)_{t_N} \sim \frac{1}{7}$  所決定。故  $^4\text{He}$

含量(以質量計)為

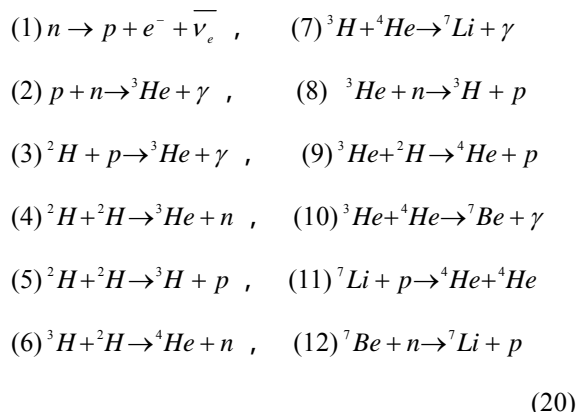
$$Y_p = \left(\frac{2n}{n+p}\right)_{t_N} = \frac{2\left(\frac{n}{p}\right)_{t_N}}{1 + \left(\frac{n}{p}\right)_{t_N}} \approx 0.25 \quad (19)$$

至於其它輕元素含量很小，以原子核個數計(相對於質子的個數)  $^2\text{H}$  為  $10^{-4}$ ， $^3\text{He}$  為  $10^{-5}$ ， $^7\text{Li}$  為  $10^{-10}$ 。此處我們扼要指出 BBN 物理之內涵，真正 BBN 的計算包含相當複雜的核反應網路<sup>[11]</sup>(見圖一)。



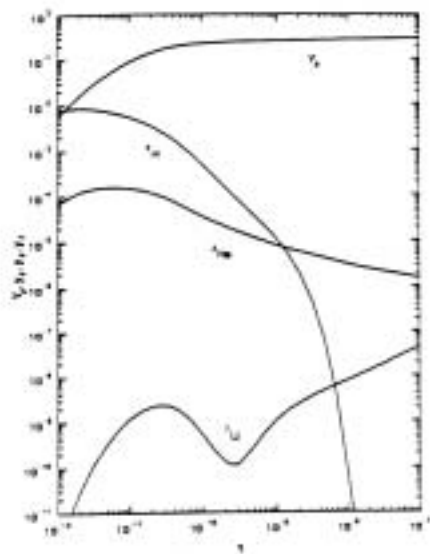
圖一：BBN 計算有關之核反應網路(取自參考資料 11)。

其中比較重要之反應如下：



在 SBBN 的計算中唯一的自由參數是單位體積重子數目和光子數目的比值  $\eta = \frac{n_b}{n_\gamma}$ 。它的精確值無

法求得,只知道大約在  $10^{-10}$  到  $10^{-9}$  之間,因此 BBN 計算輕元素的含量皆可表示成  $\eta$  的函數<sup>[12]</sup>(見圖二)。首先我們看到當  $\eta$  增加時,  ${}^4\text{He}$  之含量  $Y_p$  跟著增加。這是因為當  $\eta$  增加時元素合成的時間  $t_N$  會提早,使得中子的比值  $n_n/n_p$  增加,結果  ${}^4\text{He}$  之含量也跟著增加。而  ${}^2\text{H}$  和  ${}^3\text{He}$  之含量隨著  $\eta$  的變化則與  ${}^4\text{He}$  正好相反,  $\eta$  越大,它們的含量越小。至於  ${}^7\text{Li}$  的情況較為複雜,先減少然後再增加。其中以  ${}^2\text{H}$  的變化最靈敏,可用它來求宇宙重子的多寡,因此 Schramm 稱它為重子計 (baryometer)。這裡所談的是 BBN 理論的預測,下一節將討論觀測數據與預測的比較。



圖二：各種輕元素含量隨著  $\eta$  變化之預測值(取自參考資料 12)。

### 三、輕元素之觀測數據

當我們想要從觀測數據得到輕元素之原始含量 (primordial abundance) 時,馬上面臨一個問題: 大部分所觀測的物質已經歷過一百多億年的演化,我們如何得知其原始之含量?所幸我們知道 BBN 只能合成輕元素,其他較重的元素(天文學上統稱作金屬)乃是後來在星球內部或超新星爆炸所製造。因此觀測到之輕元素含量  $n_{ob}$  為金屬含量  $Z$  之函數,其原始含量  $n_p$  通常可由下法求得:  $n_p = n_{ob}(Z)|_{Z \rightarrow 0}$ 。底下簡述各種輕元素之觀測數據

#### (1) ${}^2\text{H}$ (習慣以 D 表示)

前面曾提及 D 被稱為重子計,因為在所有輕元素中它的含量對重子密度  $\rho_b$  是最靈敏的。由於束縛能小, D 在星球內部只能被破壞,因此它的原始含

量一定大過觀測值，即  $\left(\frac{D}{H}\right)_p \geq \left(\frac{D}{H}\right)_{obs}$ 。通常 D 的含量由觀測太陽系物質或鄰近我們的星際物質 (interstellar medium) 而來<sup>[12]</sup>，由此推估 D 的原始含量之下限為  $\left(\frac{D}{H}\right)_p \geq 1.6 \times 10^{-5}$ 。對照 SBBN 的預測即得  $\eta$  的上限為  $\eta \leq 9 \times 10^{-5}$ 。到了 1998 年 D 的觀測方法獲得重大突破<sup>[9]</sup>，後面會有詳細說明。

## (2) $^3\text{He}$

在各種輕元素中  $(^3\text{He})_p$  是最難估計的，因為星球會製造也會破壞這種同位素。迄今尚無好方法由觀測數據求初其原始含量。Copi 等人將 D 和  $^3\text{He}$  一起考慮得  $\left(\frac{D+^3\text{He}}{H}\right)_p \leq 1.1 \times 10^{-4}$ ，對照 SBBN 之預測得  $\eta \geq 2.5 \times 10^{-10}$ 。合併 D 和  $^3\text{He}$  的含量得到  $\eta$  的範圍： $2.5 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 9 \times 10^{-10}$ 。

## (3) $^4\text{He}$

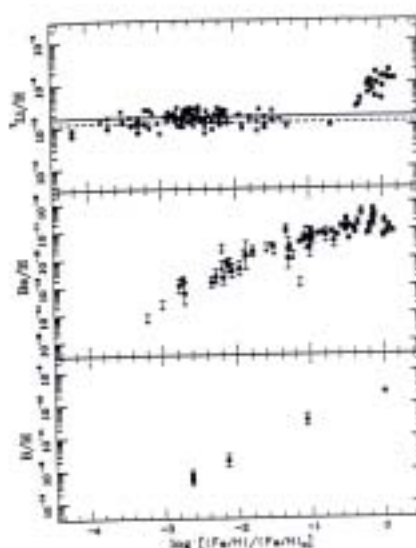
除了氫之外  $^4\text{He}$  是宇宙中含量最多的元素，約佔全部質量的 25% 左右，而且星球製造多少的  $^4\text{He}$  也知道，因此其原始含量  $Y_p$  最容易量。在很多地方，如鄰近之星際物質 (ISM)，星系際物質 (IGM) 或  $\text{H II}$  區都能量到。 $\text{H II}$  區乃高熱年輕星球旁被游離之氣體。含鐵量低之  $\text{H II}$  區係測量  $^4\text{He}$  最理想的地方。Peimbert 及 Torres-Peimbert<sup>[13]</sup> 兩人首先提出  $Y_p$  值可由含鐵量  $Z$  延伸至零得到： $Y_p = ^4\text{He}(Z)|_{Z \rightarrow 0}$ 。

利用此法 Olive 和 Steigman<sup>[14]</sup> 經由詳細的分析得到  $0.221 \leq Y_p \leq 0.243$ ，對照 SBBN 之預測得  $0.8 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 4 \times 10^{-10}$ 。但值得一提的是  $Y_p$  隨著

$\eta$  的變化非常緩慢，因此雖然  $Y_p$  最好量，卻不容易由它得到  $\eta$  之精確值。

## (4) $^7\text{Li}$

$^7\text{Li}$  之含量通常由觀測銀暈 (halo) 中含鐵量極低之族 II 星球而得。J. Spite 及 M. Spite 兩位天文學家測量  $^7\text{Li}$  含量隨著含鐵量及溫度的變化情形。他們發現<sup>[15]</sup> 表面溫度大於 5600K 之星球，其  $^7\text{Li}$  含量對 Fe 含量作圖其曲線呈水平 (見圖三)。



圖三：表面溫度高於 5600K 之星球其  $^7\text{Li}$  含量與含鐵量之關係圖 (取自參考資料 11)。由此圖可見含鐵量低之星球，其曲線呈水平，顯示星球本身並不製造或破壞  $^7\text{Li}$ 。

Spite 水平線 (Spite Plateau) 顯示這些星球擁有的  $^7\text{Li}$  不是星球製造出來的，因此其觀測值很接近原始含量。利用此方法得<sup>[11]</sup>

$0.7 \times 10^{-10} \leq \left( \frac{{}^7\text{Li}}{H} \right)_p \leq 3.5 \times 10^{-10}$ ，對照 SBBN 之預測得  $1 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 6 \times 10^{-10}$ 。

總結以上四種輕元素之觀測數據，Copi 等人得  $\eta$  值之合理範圍為<sup>[11]</sup>  $2.5 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 6 \times 10^{-10}$ ，Yang 等人早先分析的結果為<sup>[16]</sup>  $4 \times 10^{-10} \leq \eta \leq 7 \times 10^{-10}$ ，雖然觀測數據還沒有好到由此得到  $\eta$  之精確值，但已足以得到  $\eta$  值之範圍使得輕元素含量之預測和觀測值相符合。

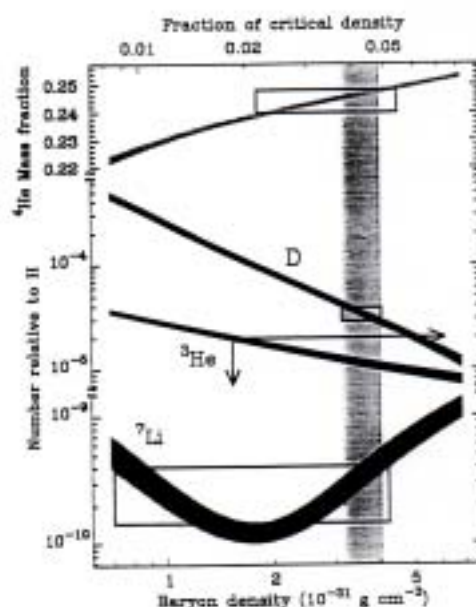
#### 四、D 之精確觀測值與重子密度

1976 年 Adams<sup>[17]</sup> 首先提出由高紅位移詭雲 (quasar) 之光譜線吸收系統去測量 D 之原始含量。然此項工作對 4 米級之望遠鏡而言難度太高，一直到 10 米級之凱克望遠鏡 (Keck telescope) 出現，才獲得突破性的進展。1998 年 Burles 和 Tytler<sup>[9]</sup> 兩人利用架在凱克望遠鏡上之 HIRES 光譜儀測量到三個吸收系統，其 D 之原始含量為  $\left( \frac{D}{H} \right)_p \approx (3.4 \pm 0.5) \times 10^{-5}$ 。如果此觀測值正確的

話，對照 SBBN 之預測得<sup>[18]</sup>  $\eta$  之精確值為  $\eta = (5.1 \pm 0.5) \times 10^{-10} = \eta_{10} \times 10^{-10}$ ，即  $\eta_{10} = 5.1$ 。已知宇宙微波背景之溫度  $T = 2.728\text{K}$ ，故單位體積光子的數目為  $n_\gamma = 20.28T^3 = 412\text{cm}^{-3}$ ，由上述  $\eta$  值得重子的密度  $\rho_b \approx 3.5 \times 10^{-31}\text{gm/cm}^3$  (見圖四)，令  $\Omega_b$  為重子密度和臨界密度之比值  $\Omega_b = \frac{\rho_b}{\rho_c}$ ，因

$\Omega_b h^2 = 0.0037\eta_{10}$ ，故宇宙重子密度為  $\Omega_b h^2 = 0.019 \pm 0.0024$ 。若採用哈伯常數最佳值  $h = 0.65$ ，則  $\Omega_b \approx 4.5\%$ 。這可以說是 SBBN 最重要的結論。它告訴我們所熟悉的物質(重子)僅佔宇

宙全部物質的 4.5%。從其他天文觀測我們知道星球等會發光之物質約佔  $\Omega_* \approx 0.5\%$ ，具有重力之物質佔  $\Omega_m \approx 30\%$ ，據此得知宇宙約有 4% 之重子暗物質 (baryonic dark matter) 及 25% 之非重子暗物質 (nonbaryonic dark matter) 存在。最近測量宇宙微波異向性之兩個實驗小組 BOOMERanG<sup>[19]</sup> 及 DASI<sup>[20]</sup> 也獲得與此相近的結果，他們得到  $\Omega_b h^2 = 0.022^{+0.004}_{-0.003}$ 。今結合各種天文觀測的結果，包括 SBBN<sup>[18][21]</sup>、星系團 (galaxy cluster)、Ia 型超新星<sup>[22][23]</sup> 及宇宙微波背景之異向性等，我們得到今日宇宙各種物質與能量之成份如下：總物質與能量  $\Omega_0 = \Omega_\Lambda + \Omega_m \approx 1$ ，宇宙常數或暗能量  $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ ，物質  $\Omega_m \approx 0.3$ 。在佔百分之三十的物質中因  $\Omega_b \approx 0.045$ ， $\Omega_\gamma \approx 10^{-5}$ ，故非重子暗物質  $\Omega_{nbdm} = \Omega_m - \Omega_b - \Omega_\gamma \approx 0.255$ 。而重子暗物質  $\Omega_{bdm} = \Omega_b - \Omega_* \approx 0.04$ 。



圖四： ${}^2\text{H}$  的觀測值(小方塊)最為精確，由此可求得  $\Omega_b \approx 4.5\%$  (取自參考資料 18)。

## 五、非標準 BBN 之研究

以上所述係根據 SBBN 所得到之結果，其理論預測與觀測數據相當符合。有不少非標準 BBN 之研究試圖對 SBBN 之假設稍作修正<sup>[18]</sup>，包括重子的分佈並非完全均勻、在 BBN 時期有額外相對性粒子、在 BBN 之後有粒子蛻變、微中子化學位勢(chemical potential)很大、有不反應之微中子( $\nu_s$ )、宇宙原始磁場、反物質區域(anti-matter domains)、及另類重力理論等。目前的研究結果顯示<sup>[18][21]</sup>非標準 BBN 模型雖不能完全排除，但受到觀測數據很嚴格的限制，其成立的空間相當有限。

## 六、結論

BBN 與哈伯定律(宇宙膨脹)、宇宙微波背景、及宇宙微波背景異向性四者乃宇宙大爆炸理論之主要基礎。標準 BBN 只有一個自由參數  $\eta$ ，並且預測宇宙早期(約三分鐘時)製造出大量之  $^4\text{He}$  元素(約佔總質量之 25%)，少量之 D 和  $^3\text{He}$ ，及更少量之  $^7\text{Li}$  等輕元素。根據天文觀測所得這些輕元素之原始含量和 BBN 之預測對照即得  $\eta$  值之範圍。最近天文學家觀測詭雲之吸收系統，獲得了 D 之精確原始含量，據此由 BBN 得到  $\Omega_b \approx 4.5\%$ 。這是 BBN 最重要之結論，它告訴我們重子僅佔宇宙物質之一部份而已。結合 BBN、星系團、Ia 型超新星<sup>[22][23]</sup>及宇宙微波背景異向性之研究得到宇宙物質與能量之成份大致如下： $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ ， $\Omega_m \approx 0.3$ ， $\Omega_b \approx 0.045$ ， $\Omega_{nbdm} = \Omega_m - \Omega_b \approx 0.255$ 。至於宇宙常數  $\Lambda$  (或暗能量)及非重子暗物質之本質為何乃今日宇宙學最具有挑戰性之問題。

參考資料：

- [1]G. Gamow, Phys. Rev. 70, 572 (1946).
- [2]R. Alpher, H. Bethe and G. Gamow, Phys. Rev. 73, 803 (1948).
- [3]C. Hayashi, Prog. Theor. Phys. Japan 16,613 (1950).
- [4]R. Alpher, J. Follin and R. Herman, Phys. Rev. 92,1357 (1953).
- [5]F. Hole and R. J. Tayler, Nature 203, 1108 (1964).
- [6]P. J. Peebles, Astrophys. J. 146, 542 (1966).
- [7]R. V. Wagoner, W. A. Fowler, and F. Hoyle, Astrophys. J. 148, 3 (1967).
- [8]G. Steigman, D. N. Schramm, and J. E. Gunn, Phys. Lett. B66,202 (1977).
- [9]S. Burles and D. Tytler, Astrophys. J. 499, 699 (1998); S. Burles and D. Tytler, Astrophys. J. 507, 732 (1998).
- [10]林文隆, “宇宙能量密度與黎曼  $\zeta$  函數”, 物理雙月刊, 二十三卷二期, 372-377 (2001).
- [11]C. J. Copi, D. N. Schramm and M. S. Turner, Science 267, 192 (1995).
- [12]A. D. Dolgov, hep-ph/0201107 v2 (2002).
- [13]M. Peimbert and S. Torres-Peimbert, Astrophys. J. 193, 327 (1974).
- [14]K. A. Olive and G. Steigman, UMN-TH-1230/94, preprint (1994).
- [15]J. Spite and M. Spite, Astron. and Astrophys. 115, 357 (1982).
- [16]J. Yang, M. S. Turner, G. Steigman, D. N. Schramm, and K. A. Olive, Astrophys. J. 281, 493 (1984).
- [17]T. F. Adams, Astron. Astrophys. 50, 461 (1976).
- [18]D. Tytler, J. M. O'Meara, N. Suzuki, and D. Lubin, astro-ph/0001318 (2000).
- [19]P. de Bernadis *et al*, Astrophys. J. 564, 559 (2002).
- [20]C. Pryke *et al*, Astrophys. J. 568, 46 (2002).
- [21]S. Sarkar, astro-ph/0205116 v1 (2002).
- [22]S. Perlmutter *et al*, (Supernova Cosmology Project), Astrophys. J. 517, 565 (1999).
- [23]A. G. Riess *et al*, Astron. J. 116,1009 (1998).