

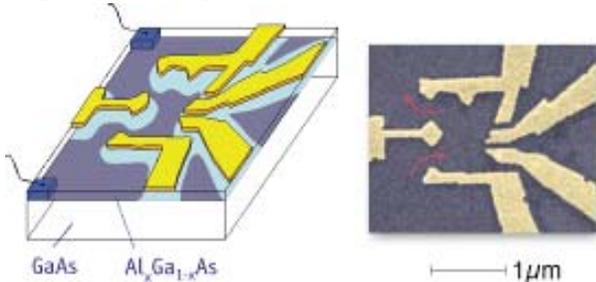
# 量子點量子位元的傳輸性質

文/ 陳岳男



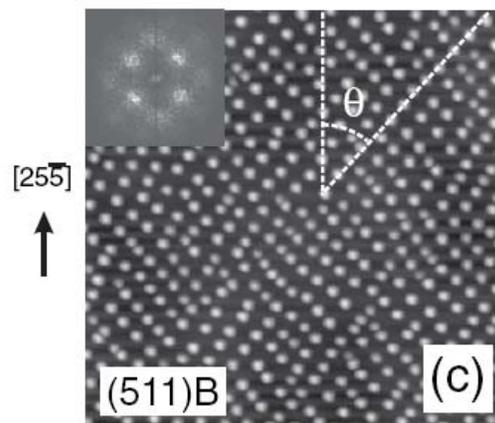
由於在通訊以及計算的可能應用，近十幾年來量子資訊這門新興領域有著快速的進展。更進一步來說，也由於幾十年來半導體工業的高度發展，使得固態系統中的量子位元，成為可以利用現有半導體技術來實現量子電腦的熱門選項。本短文就目前量子點量子位元的傳輸性質做個介紹。

為了實現量子計算，實驗物理學家在過去十幾年中利用各種可能的「二能階」系統，以及精密的操控與量測技術，試著來檢視理論學家所提出的理論。雖然在「少數」位元的狀況下，許多物理系統都有著不錯的進展，但是如果考慮到未來量子電腦的實際應用層面，就不得不面對必須有許多量子位元同時運作的问题。這樣的情況下，相較於 NMR 系統、冷原子系統以及光子系統，固態系統裡的量子位元似乎是比較好的選擇。依近年來實驗的進展，在固態系統大致上有兩個比較受關注的選項：一個是超導體量子位元 (Superconducting Qubits)，另一個就是量子點量子位元。



圖一：(左)在二維電子氣上加電極所形成的量子點。(右)元件的俯視圖。(摘錄自 C. Markus's Web Page [1])。

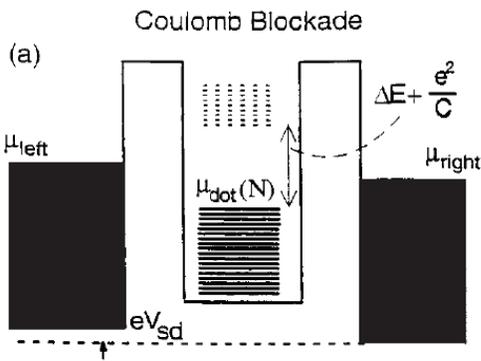
依據量子點的「定義」方式來區分的話，我們大概可以將量子點區分為兩類：一是由外加負偏壓所形成的量子點 (Gate-Confined Quantum Dots, 圖一)，另外一種就是由長晶過程所形成的自聚型量子點 (Self-Assembled Quantum Dots, 圖二)。



圖二：長晶過程所形成的自聚型量子點[2].

陳岳男  
國立成功大學物理系  
國家理論科學研究中心  
E-mail : yuehnan@mail.ncku.edu.tw

在由電極定義的量子點中，最為人熟知的傳輸性質就是所謂的庫倫阻塞(Coulomb Blockade)效應：由於量子點能階的離散化，導致只有在量子點能階(由閘極電壓控制)與電極的費米能階相同時才有電流通過(圖三)[3]。

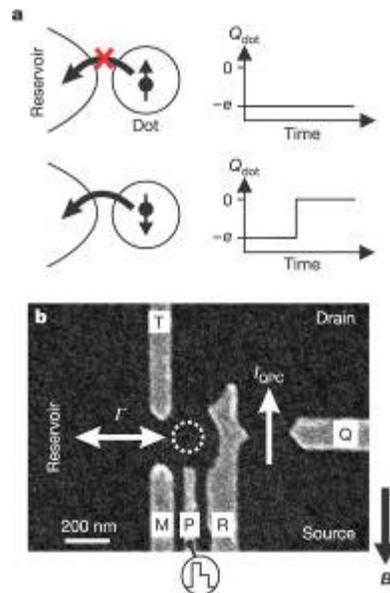


圖三：量子點外接 Source-Drain Voltage 的示意圖。由於量子點內電子之間的庫倫相互作用力，導致下一個電子要跳進量子點時必須克服  $e^2/C$  的能量(C 為量子點的電容值)。

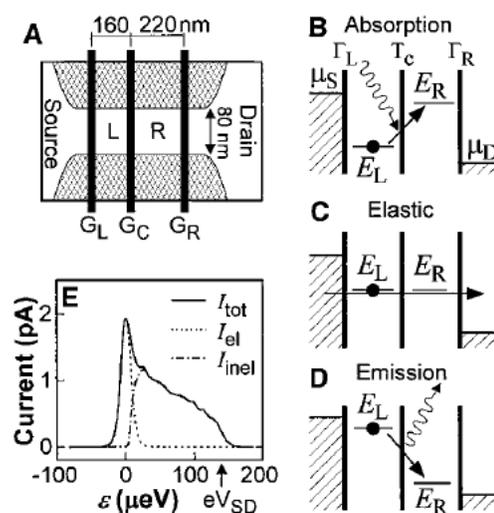
從「電」量測的角度來看，如果考慮將量子點當成量子位元的話，我們就必須引進所謂的 Quantum-Point Contact 來量測量子位元。舉例來說，如果我們將量子點裡面電子的自旋態當成所需的量子位元，在不使用光學量測的情況下，如何能使用「電」的方式來量測量子位元的自旋態？圖四的(a)示意圖告訴我們，基本上可以利用所謂的 Spin to Charge Conversion 的量測方式來測量其自旋的量子態[4]：當電子自旋為向上(下)時，電子不能(可以)跳到 Reservoir，旁邊 Quantum-Point Contact 的電流  $I_{QPC}$ ，因為跟量子點的電子有庫倫相互作用力，會根據量子點裡有無電子的情況，反映出不同大小的電流值，間接的給出自旋的狀態。

除了利用單量子點裡的電子自旋態做為量子位元外，也可利用雙量子點來當成量子位元的基本單位。圖五 (A)就是由 Fujisawa 等人在二維電子氣上外加電極所定義出來的雙量子點[5]，其量子點能階與外接電

極的費米能階就如(B)~(D)所示。圖(E)是最主要的實驗結果：也就是當 Source-Drain Voltage( $V_{SD}$ )是正值的時候，通過雙量子點的電流呈現高度的非線性結果。經過理論的分析[6]，會發現到這是由於電子從量子點 L 跳到量子點 R 時，為了滿足能量守恆，必須釋放出一個聲子，對比於二能階原子的光子自發輻射，這個系統就是「聲子」的自發輻射。



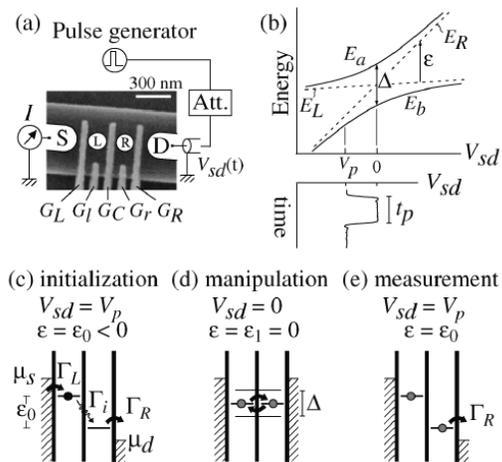
圖四：(a) 利用 Spin to Charge conversion 的方法來量測量子點內電子自旋狀態的示意圖。(b) 實驗裝置的俯視圖[4]。



圖五：(A) 雙量子點量子位元的俯視圖。(B) ~ (D)左右

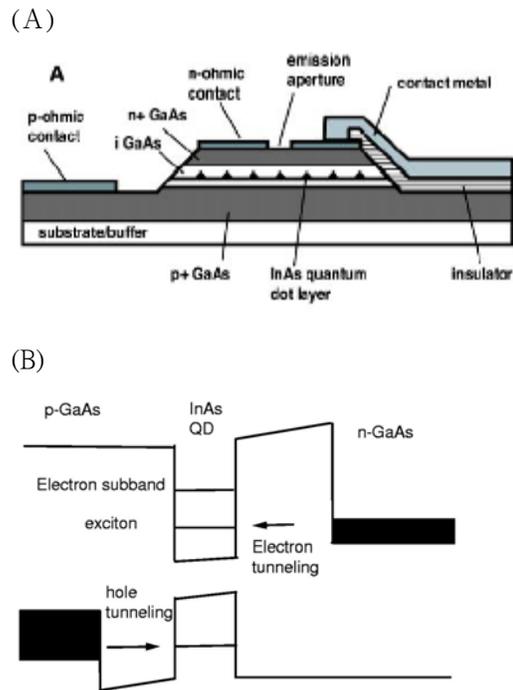
兩邊量子點的能階高低不同時所對應到的聲子吸收/放出的情況。(E)電流隨著 Source-Drain Voltage( $V_{SD}$ )的變化情形。

在 2003 年，Hayashi 等人更進一步的在雙量子點裡量測到量子位元的 coherent oscillation(圖六)[7]，其步驟如下：首先，先做 Initialization，將電子準備在左邊的量子點(c)，然後將兩個量子點的 potential 拉平，讓電子可以在兩個量子點之間做 coherent oscillations，經過時間  $t_p$  之後，再去量測電子是否在右邊的量子點。



圖六：量測雙量子點量子位元 coherent oscillation 的步驟。

另外一種量子點量子位元的候選人，就是利用自聚型量子點中的激子來做為量子位元的基本單位[8]。事實上我們也可以將自聚型量子點包夾在所謂的 p-i-n 元件中(圖七 A)，讓電子與電洞可以分別從 n-type 及 p-type 的 GaAs 層穿透到量子點形成激子(圖七 B)，而激子可以自發輻射放出光子。由於在製程的設計上，此實驗在 n-type GaAs 上面蓋上一層不透光層，只露出一個小洞(emission aperture)，由這個小洞看下去子能看一個量子點，如果外加電流控制得當，這樣子的元件可以成為電流驅動的單光子發射器[9]。



圖七：(A)量子點包夾在 p-i-n 元件中。(B)相對應的能帶圖。

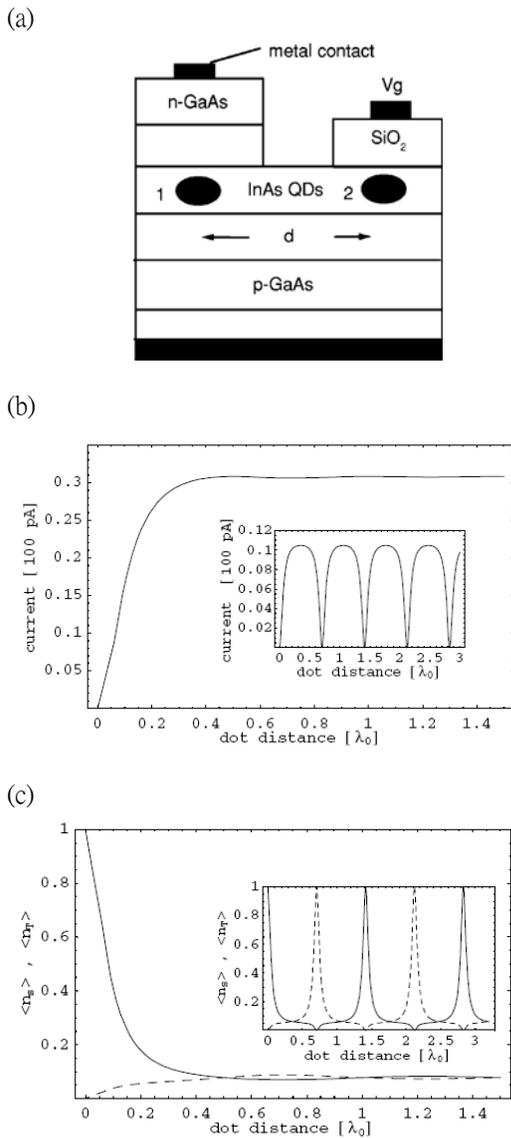
如果可以將兩個自聚型量子點包夾在 p-i-n 元件中(如圖八(a))，而只讓電子與電洞共振穿遂進入其中一個量子點，我們就可以利用電流的方式來檢測另外一種量子光學的現象--超輻射(Super-radiance)[10]。我們可以對圖八(a)的系統寫下它的主方程式(Master Equation)，然後推導出此系統的穩態電流值[11]：

$$\langle \hat{I} \rangle_{t \rightarrow \infty} = \frac{4g^2\gamma_+\gamma_-}{\gamma_- + \gamma_+[1 + 2\gamma_-(g^2/\Gamma_D + g^2/\Gamma_U + \Gamma_D)]}$$

其中

$$g^2\gamma_{\pm} = \gamma_0 \left( 1 \pm \frac{\sin(2\pi d/\lambda_0)}{2\pi d/\lambda_0} \right)$$

分別代表雙原子系統的 Super-radiant 及 Sub-radiant 衰變率[12]。如圖八(b)所示，隨著量子點之間距離的不同，通過量子點電流的大小也呈現出 oscillation 的現象。



圖八：(a)雙量子點包夾在 p-i-n 元件的示意圖。(b)此元件的電流大小隨著量子點間距的變化情形。(c) Singlet state  $\langle n_S \rangle$  或 triplet state  $\langle n_T \rangle$  的期望值隨著量子點間距的變化情形。

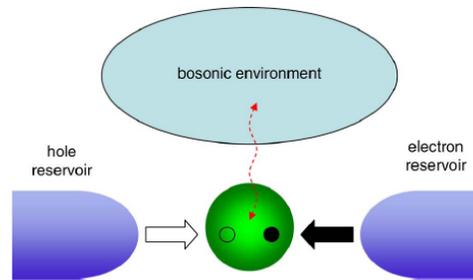
除了可以測量超輻射現象以外，此雙量子點系統還可以自然形成最大的量子糾纏態。如圖八(c)的 inset 所示，如果將此雙量子點放在微型共振腔內，我們發現到在特定量子點間距時，此系統 singlet state  $\langle n_S \rangle$  或 triplet state  $\langle n_T \rangle$  的期望值會變到最大，也就是最大的糾纏態[11]。

包夾在 p-i-n 元件的自聚型量子點還有另外一個應

用的可能性，就是利用電流中的噪音(current noise)來檢驗系統-環境間的交互作用是否為「非」馬可夫過程(non-Markovian process)。如圖九所示，如果量子點激子跟環境的交互作用為非馬可夫的過程，通過量子點的 current noise 可以表示成

$$S_{I_R}(\omega) = 2eI \left\{ 1 + \Gamma_R \left[ \frac{A(i\omega)\Gamma_L}{-A(i\omega)\Gamma_L\Gamma_R + (A(i\omega) + i\omega)(\Gamma_L + i\omega)(\Gamma_R + i\omega)} \right] + \frac{A(-i\omega)\Gamma_L}{-A(-i\omega)\Gamma_L\Gamma_R + (A(-i\omega) - i\omega)(\Gamma_L - i\omega)(\Gamma_R - i\omega)} \right\}$$

其中  $A(i\omega)$  為量子點激子與環境的記憶函數(memory function)[13]，也就是說，只要從電流的 current noise 中，就可以萃取出系統的非馬可夫的過程。



圖九：量子點 p-i-n 元件耦合到非馬可夫環境的示意圖。

### 總結

在本短文中，我們只約略介紹了 Gate-Confined Quantum Dots 與 Self-Assembled Quantum Dots 的傳輸性質。當然，要作為一個真正的量子位元，還必須考慮一個很實際的問題：消相干(Decoherence)！因為在固態系統中，系統與環境的交互作用是不可避免的，在走到多個量子位元之前，如何降低環境對量子位元的影響或許是實驗學家目前最重要的課題。

### 參考文章

[1] C. Markus, [marcuslab.harvard.edu/research.shtml](http://marcuslab.harvard.edu/research.shtml).  
 [2] M. Schmidbauer, S. Seydmohamadi, D. Grigoriev,

- Z. M. Wang, Y. I. Mazur, P. Schafer, M. Hanke, R. Kohler, and G. J. Salamo, *Phys. Rev. Lett.* 96, 066108 (2006).
- [3] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing and S. Tarucha, *Rep. Prog. Phys.* 64, 701 (2001).
- [4] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen and L. P. Kouwenhoven, *Nature* 430, 431 (2004).
- [5] Toshimasa Fujisawa, Tjerk H. Oosterkamp, Wilfred G. van der Wiel, Benno W. Broer, Ramón Aguado, Seigo Tarucha, Leo P. Kouwenhoven, *Science* 282, 932 (1998).
- [6] T. Brandes and B. Kramer, *Phys. Rev. Lett.* 83, 3021 (1999).
- [7] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, and Y. Hirayama, *Phys. Rev. Lett.* 91, 226804 (2003)
- [8] X. Q. Li, Y. W. Wu, D. Steel, D. Gammon, T. H. Stievater, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham, *Science* 301, 809 (2003).
- [9] Z. Yuan, B. E. Kardynal, R. M. Stevenson, A. J. Shields, C. J. Lobo, K. Cooper, N. S. Beattie, D. A. Ritchie, and M. Pepper, *Science* 295, 102 (2002).
- [10] R. H. Dicke, *Phys. Rev.* 93, 99 (1954).
- [11] Y. N. Chen, D. S. Chuu, and T. Brandes, *Phys. Rev. Lett.* 90, 166802 (2003).
- [12] R. G. DeVoe and R. G. Brewer, *Phys. Rev. Lett.* 76, 2049 (1996).
- [13] Y. N. Chen and G. Y. Chen, *Phys. Rev. B* 77, 035312 (2008)