

# 電漿模擬

文/藍永強、邱行偉

電漿的動態行為非常複雜，主要透過自洽與外加的電磁場來交互作用，常涉及多重時間與空間耦合的非線性過程，因之，以電腦模擬來研究電漿的複雜現象與作用機制是必要也實際有效的方法。本文將介紹電漿研究中經常使用的主要模擬方法，包括粒子模擬以及電漿磁流體模擬。

## 一、電漿粒子式模擬

電漿是一個由荷電粒子所組成的多粒子系統，由於荷電粒子間具有長程庫倫力，因此粒子間的交互作用是持續與長程的，同時電磁場會影響電漿的運動，而電漿的運動又會影響與改變電漿附近的電磁場，這些特性大幅增加電漿系統理論分析的困難，因此電腦模擬在電漿的理論研究中扮演著非常重要的角色。在電漿系統中電漿的相空間(phase space)分佈函數隨時間的變化需滿足波茲曼傳輸方程式(Boltzmann transport equation)或是伏拉索夫方程式(Vlasov equation, 在無碰撞電漿系統中的描述[1]，在假設電漿滿足特定的分佈函數下，對波茲曼傳輸方程式作moment展開可以推導出流體力學方程式，電漿模擬方法中的流體模型(fluid model)即是根據流體力學方程式進行電漿的模擬[2-4]，然而還有一種更為基本的模擬方法，也就是根據Maxwell電磁方程式直接模擬電漿分佈函數隨著時間的變化，電漿模擬方法中的粒子模型即是以模擬電漿粒子的運動來得到電漿的分佈函數。

電漿的粒子式模擬方法最早是由Dawson、Buneman、Hockney與Birdsall等學者於1950代中期起逐漸發展而來[5-8]，這種方法是直接模擬空間中荷電粒子的運動以研究電漿的特性以及電漿與電磁波的交互作用，由於電漿系統中的荷電粒子非常多(一個理想的電漿系統其空間尺度必須遠大於電漿的Debye長度，即 $L \gg \lambda_D$ ，而在一個Debye球內電漿粒子數要足夠多以產生遮蔽效應，即 $N_D = n(4/3)\pi\lambda_D^3 \gg 1$ )，如果要模擬每一個荷

電粒子的運動，即使採用現今的大型電腦主機與平行計算也無法在合理的時間內獲得足夠的電漿分佈訊息，取而代之的是以模擬巨粒子(macro particles)的運動來獲得電漿的統計資料，每一顆巨粒子都代表模擬空間中一群真實的荷電粒子，而且巨粒子為一具有固定大小的粒子雲。能夠使用巨粒子來取代真實電漿的原因在於，在電漿系統中我們有興趣的物理機制通常是電漿的集合運動行為(collective behavior)，而非個別電漿粒子的運動行為，當電漿的集合運動行為其特徵尺度大於電漿的Debye長度時，個別電漿粒子的運動行為將變得不重要，因此可以使用巨粒子來模擬電漿粒子的集合運動，也正因為電漿粒子的這項特性，我們才得以用有限的電腦資源與時間模擬電漿粒子的動態行為；至於採用固定大小粒子雲的原因則在於，如果以點狀粒子模擬荷電粒子的運動，當兩個粒子距離非常小時，粒子間的庫倫作用力會非常大( $r \rightarrow 0, F \rightarrow \infty$ )，另一方面，在電漿系統中由於Debye遮蔽效應，電漿間發生小角度碰撞的機率遠大於大角度的庫倫散射，採用固定大小的電子雲可以消除電漿在近距離發生庫倫作用力發散的狀況並避免大角度的庫倫散射。

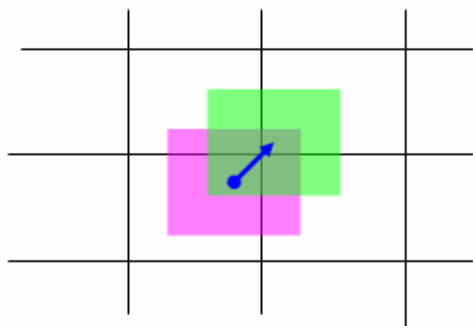
粒子式模型還必須能自洽地(self-consistently)模擬電漿與電磁場的交互作用。在電磁場的計算部份，粒子式模型通常採用有限差分時域(finite-difference time-domain)模型與Yee格網(mesh)以計算空間中電磁場隨時間的變化，而在Maxwell方程式的電流密度項中，除了外加電流密度外，也要加入因電漿粒子的運動所產生的電流密度，近年來也有學者採用有限元素(finite-element)模型來計算電磁場[9]。在巨粒子的

模擬部份，通常選取粒子雲的大小與有限差分模型格網的大小相同，以粒子雲的中心位置來代表粒子的位置，當粒子移動時整個粒子雲一起跟著移動(如圖一所示)，並採用一階(線性)或高階加權(weighting)法將電荷加權至鄰近格網的格點上，因此這種方法被成為 particle-in-cell(PIC)模型，其中採用一階加權的粒子式模型又稱為 cloud-in-cell(CIC)模型[5]，採用高階加權可以降低電漿密度與電磁場計算的雜訊，但會大幅增加計算量，因此粒子模型通常採用一階加權；巨粒子的移動會產生電流，通過格網與格網介面之電流密度的計算亦是採用加權法算出每一個時間步驟(time step)通過格網介面的電荷，將此電荷除以通過格網介面的截面積與時間，即可得到格網介面上的電流密度，這樣的作法可以確保粒子運動仍滿足粒子連續方程式(continuity equation)的要求，最後此電流密度再加入 Maxwell 方程式，並根據電磁場的有限差分迭代以得到新的電場與磁場；在粒子所受電磁力以及推動粒子移動的計算方面，由於有限差分模型所得的電場與磁場都在格網的格線與介面上，因此在計算粒子所受到的電磁力時也必須採用加權法算出在粒子所在位置上的電場與磁場，同時描述荷電粒子運動的 Newton-Lorentz 方程式：

$$m_i d\vec{v}_i / dt = q_i (\vec{E}(\vec{x}_i) + \vec{v}_i \times \vec{B}(\vec{x}_i))$$

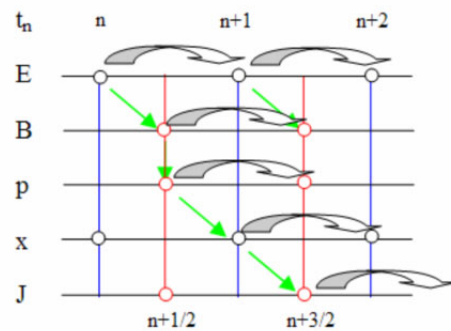
$$\partial \vec{x}_i / \partial t = \vec{v}_i$$

也採用有限差分時域模型，並根據粒子原來的位置、速度與所受的電磁力迭代計算出粒子的新位置與新速度。



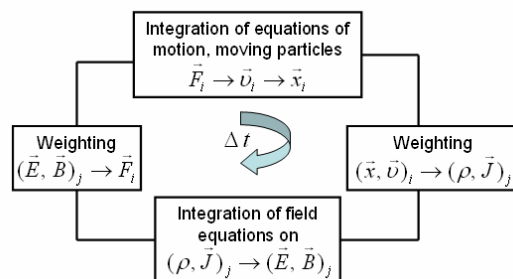
圖一：PIC 模型粒子移動示意圖

電磁場以及粒子位置與速度的計算都採用有限差分時域模型，為提高數值穩定性，在時域(time-domain)的計算中，粒子式模型採用所謂的蛙跳法(leap-frog method)將彼此呈現對時間微分關係的物理量如電場與磁場、粒子位置與速度在時域上分別錯開半個時間步驟，圖二為蛙跳法在時域關係的示意圖，其中電場、與粒子位置位於整數時間步驟上，而磁場、粒子速度與電流密度則位於半個時間步驟上；正由於電場與磁場不在同一個時間點，在計算電磁力



圖二：PIC 模型時域蛙跳法示意圖

對粒子的作用也必須做特別的處理，首先計算電場對粒子加速半個時間步驟，接著計算磁力改變粒子的運動方向( $\vec{v} \times \vec{B}$ )，最後再計算電場對粒子加速半個時間步驟。至於時間步驟長度的設定，則依然要滿足波動方程式有限差分形式的 Courant-Friedrichs- Levy 穩定性條件[10]，也就是電磁波的相速度在一個時間步驟內不能走超過一個格距(即  $v_p \times \Delta t < \Delta x$ )，對巨粒子的運動也有類似的限制，只不過巨粒子運動速度遠小於光速因此不會造成時間步驟額外的限制，但在粒子式模型的靜電(electrostatic, ES)模式中，巨粒子的速度會成為時間步驟長度的主要限制。



圖三：PIC 模型模擬流程[5]

圖三為整個粒子式模型的模擬流程，在一個時間步驟開始時，使用前一個時間步驟所得到的粒子位置上的電磁力，代入粒子運動差分方程式以得到粒子的新位置與新速度；接著根據粒子的新位置與新速度以加權法得出格點上的電荷密度與通過格網介面的電流密度；再將此電荷密度與電流密度代入 Maxwell 方程式的差分方程式以得到格網的格線與介面上新的電場與磁場；最後再使用加權法由新的電場與磁場求得粒子所在位置上的電磁力，並完成一個時間步驟；在整個模擬過程中上述流程一直重覆直到所設定的模擬時間為止。

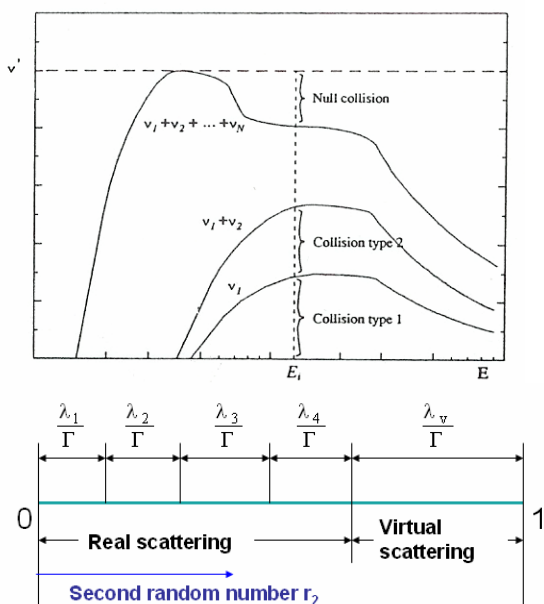
粒子式模型以固定大小的粒子雲取代一群荷電粒子，並採用有限差分模型，但是在粒子式模型中格網大小除了受到電磁波波長的限制外，也會受到電漿特性的限制，根據 Birdsall 等學者的研究，電漿的 Debye 長度  $\lambda_D$  與有限差分格網大小  $\Delta x$  的比值必須大於  $1/\pi$  [11]，否則在模擬的電漿系統中會引入數值的自我加熱效應(self-heating effect)，導致電漿溫度會逐漸升高，這種自我加熱效應是來自於有限差分格網會形成一個數值波(alias wave)，這個數值波具有波向量  $k_g = 2\pi / \Delta x$  與相速度  $v_p = \omega / k_g$ ，它會持續加速巨粒子並導致粒子分佈變寬、溫度升高，但由於粒子溫度升高後 Debye 長度  $\lambda_D$  也會增加，最後當上述條件滿足時，自我加熱效應也就停止。 $\lambda_D / \Delta x \geq 1/\pi$  這個條件代表數值波相速度落在電漿分佈函數的中央附近，此時電漿從數值波得到的能量與損失的能量接近，因此電漿不會被有效地加熱，同時這個條件也代表在粒子式模擬中，有限差分格網必須小到足以將 Debye 長度解析出來，這項使模擬系統穩定的條件對想要採用粒子式方法模擬低溫、超高密度電漿系統是一個很大的挑戰。

上述粒子式模擬方法主要是針對無碰撞電漿(collisionless plasma)，如果要處理電漿系統內發生荷電粒子間的短距離庫倫碰撞以及荷電粒子與中性氣體分子的彈性與非彈性碰撞(如對氣體分子的游離與激發)的模擬時還必須加入處理碰撞過程的方法，由

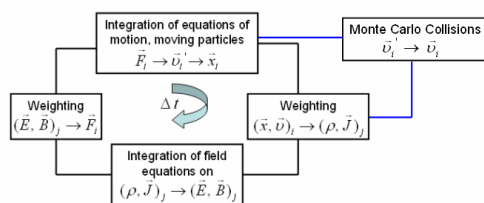
於粒子間的碰撞是一個隨機過程，因此常採用蒙地卡羅碰撞(Monte-Carlo collision, MCC)法[7][12]，這個方法是先計算出各種碰撞過程的機率與總碰撞機率，如果粒子的總碰撞頻率是固定的，則粒子兩次碰撞的時間間隔可由  $t = -\ln(r)/\Gamma$  來決定，其中  $r$  為介於 0 與 1 間均勻分佈的隨機亂數(random number)，而  $\Gamma$  為總碰撞頻率，因此在模擬過程中根據各種碰撞機率以電腦產生隨機亂數的方式決定發生碰撞的時間，再依照每一個碰撞機率與總碰撞機率比例，另外產生一個隨機亂數以決定與碰撞反應之種類，最後根據碰撞類型與碰撞後粒子能量，再產生兩個隨機亂數決定碰撞後粒子的新速度(包括速度的大小與方向，碰撞瞬間粒子位置不變，但速度會改變)，因此在蒙地卡羅碰撞法每一個粒子總共需要四個隨機亂數來決定一次碰撞的過程。不過由於粒子的各種碰撞機率通常都是粒子能量的函數，在模擬過程中粒子能量又一直在改變，因此事實上總碰撞機率並不是固定的，上述找出兩次碰撞時間間隔的方法並不能適用，為了解決這個問題可以引入一種虛擬碰撞(virtual collision)機制，此種碰撞的機率也是隨能量而變，但它與真實碰撞的碰撞機率相加後剛好可以使總碰撞頻率為常數，因此就可採用取隨機亂數以決定碰撞時間的方法，同時這種虛擬碰撞也要被視為一種真正的碰撞，只是發生這種碰撞時粒子的速度並沒有改變(關於各種碰撞頻率隨能量變化以及決定發生碰撞種類的方法請參考圖四)。最後蒙地卡羅碰撞法要加入粒子式模型中，因此粒子式-蒙地卡羅碰撞(PIC-MCC)模型的流程圖要修正為圖五，在每一時間步驟中決定每一個粒子的新位置與新速度後，還必須根據這個粒子發生碰撞的時間來處理碰撞的過程，並計算出碰撞後的新速度，之後再回到加權電荷密度與電流密度的步驟。

粒子式模型無疑地需要比流體模型更多的計算資源，但由於它並沒有假設任何的電漿分佈，而是直接模擬出電漿分佈，因此更適用於非平衡或同時具有多重溫度狀態的系統，如高功率微波源[13]、雷射-電漿交互作用[14]、太空電漿中的磁重聯(magnetic reconnection)[15]、電漿鞘層區(plasma sheath)[16]、氣

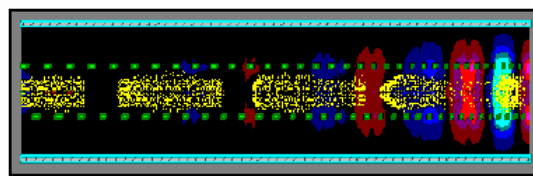
體放電電漿源與電漿製程[16][17]、電子光學[18]以及奈米半導體元件的載子通道[19]等電漿環境的模擬。圖六為以粒子式模型模擬一種行波管(traveling wave tube, TWT)放大器 Twystrode 的模擬結果[20]，它清楚呈現在這種微波器件中電子群聚(bunch)與電磁波被放大的物理機制。圖七為典型射頻 (radial frequency, RF)氣體放電電漿源的粒子式-蒙地卡羅碰撞模型模擬結果，其中通入氣體為氬氣、氣壓為 0.05 torr，射頻頻率為 10 MHz，圖中清楚呈現電漿鞘層區、電漿電位分佈以及電漿密度隨模擬時間的變化。此外，在本期「電漿科學與平面顯示器」一文中亦有以粒子式模型模擬場發射顯示器的結果，有興趣的讀者可參閱該篇文章。



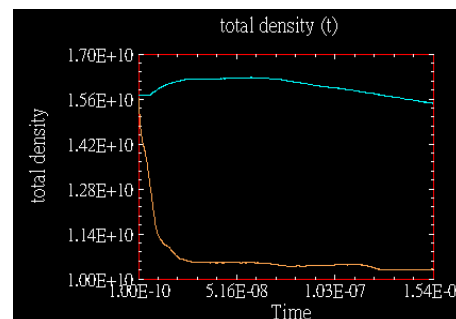
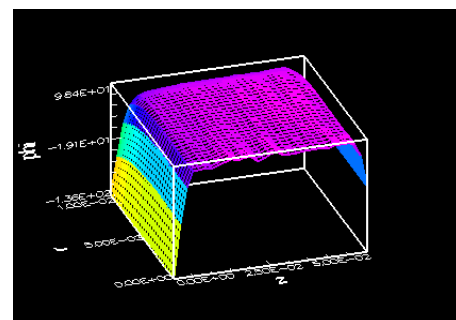
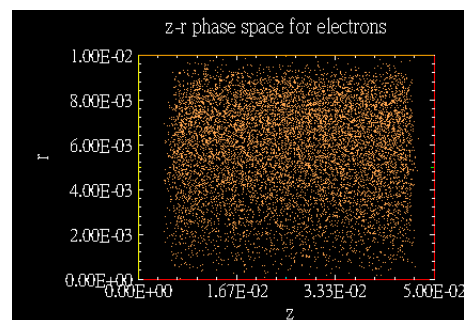
圖四：蒙地卡羅碰撞法之虛擬碰撞機制以及以亂數決定碰撞種類示意圖[12]



圖五：PIC-MCC 模型模擬流程[12]



圖六：波管放大器 Twystrode 的粒子式模型模擬結果[20]



圖七：典型射頻氣體放電電漿源的粒子式-蒙地卡羅碰撞模型模擬結果，(a)電子相空間分佈，(b)電位分佈，(c)電漿密度隨模擬時間的變化

目前國外有兩個非常著名的粒子式模型程式 MAGIC 與 XOOPIC，前者為美國 Mission Research Corporation(MRC)公司在美國空軍科學研究辦公室 (Air Force Office of Scientific Research, AFOSR)支持下所發展的商用二又二分之一維與三維粒子式模型模擬程式，後者則是由美國加州大學柏克萊分校的 Birdsall 教授領導的電漿理論與模擬研究群(plasma

theory and simulation group, PSTG)所發展的二又二分之一維粒子式-蒙地卡羅碰撞模型模擬程式，這兩套程式也都有發展平行計算版本以處理大尺度電漿問題的模擬，XOOPIC 屬於開放式軟體(General Public License, GNU)，在 PTSG 的網頁中提供 XOOPIC 的程式碼(source code)供學界下載與使用，有興趣的讀者可參考 MAGIC 與 XOOPIC 的網頁：

<http://www.mrcwdc.com/Magic/index.html> 與  
<http://ptsg.eecs.berkeley.edu/>。

## 二、磁性流體力學模擬

磁性流體力學 (Magnetohydrodynamics; MHD) 基本上是以流體力學及電磁學的方程式為基礎，用巨觀的流體觀點自恰地描述帶電荷粒子與電磁場交互作用下的集體動力行為。磁性流體力學存在許多一般流體所沒有的複雜度與有趣的現象，面對這樣一個複雜且非線性的系統，磁性流體力學之數值模擬便成有力的研究工具，用以探討大尺度電漿的動力行為。

理想磁性流體力學 (ideal MHD) 基本方程式包含：

$$(1) \text{連續方程: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0$$

$$(2) \text{動量方程式: } \rho \frac{d\bar{u}}{dt} = -\nabla p + \bar{j} \times \bar{B}$$

$$(3) \text{能量方程式: } \frac{d}{dt}(\rho \rho^{-\gamma}) = 0$$

以及描述電磁場及電流關係的方程式

$$(4) \text{法拉第方程式: } \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\nabla \times \bar{E}$$

$$(5) \text{高斯定律: } \nabla \cdot \bar{B} = 0$$

$$(6) \text{安培定律: } \nabla \times \bar{B} = \mu_0 \bar{j}$$

$$(7) \text{歐姆定律: } \bar{E} + \bar{u} \times \bar{B} = 0$$

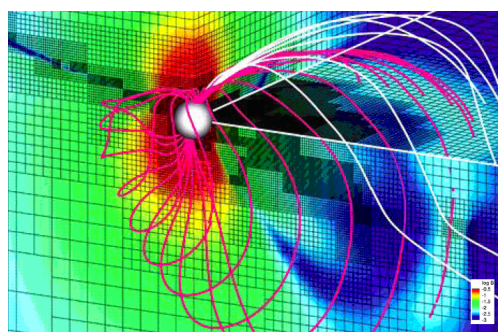
其中  $\rho$ 、 $\bar{u}$ 、 $p$ 、 $\bar{j}$ 、 $\gamma$  分別為電漿的密度、速度、壓力、電流及比熱， $\bar{B}$ 、 $\bar{E}$  則分別為磁場與電場。以上方程式所描述的系統，是基於下列幾項理

想磁性流體力學的假設：(i)磁性流體力學描述的尺度遠大於電漿的 Debye 尺度，因此視磁性流體為電中性；(ii)磁性流體的特徵速度遠小於光速，因此安培定律中的位移電流項忽略不計；(iii)假設磁性流體為理想導體，並忽略離子與電子的慣性效應；(iv)假設電漿的溫度或壓力分佈為各向同性(isotropic)；(v)忽略熱通量。當不考慮電磁場效應時，磁性流體力學將回歸到一般的流體力學架構。磁性流體力學之數值模擬即是以上列的微分方程式為基礎，對於各個物理量隨時間與空間的變化，以 Eulerian 或 Lagrangian 觀點進行描述。前者是在空間中固定的位置描述當地流體隨時間的變化狀況；後者則是隨著流體塊一起運動所進行的描述。對數值模擬而言，Lagrangian 法在處理一維以上的問題時往往較 Eulerian 法複雜。Eulerian 法只需直觀地將上述方程式化為適當的偏微分方程組，再將偏微分方程組歸一化(normalization)後以離散的數值差分形式求解。整個數值模擬過程，實際上是求解偏微分方程的初始與邊界值問題，其中各物理量對於時間變化的差分，可分為顯式(explicit)或隱式(implicit)的處理方式，典型的顯式數值方法如二階的預測-修正(predictor-corrector)法，通常有嚴格的數值穩定條件(CFL condition)，要求所使用的數值方法之  $\Delta t$  需至少小於系統中最快之特徵速度(MHD 中的快速波)通過最小網格點間距  $\Delta x$  所花的時間，以確保數值運算所採取的  $\Delta t$  與  $\Delta x$  足以解析系統內所包含的物理現象；隱式數值方式的數值穩定條件則較為寬鬆，但演算方面則需處理大量的矩陣運算求解；各物理量隨空間的變化一般則分為有限差分(finite difference)與有限元素(finite element)等不同的數值描述方法，其中有限差分法適合用在規則的網格，而有限元素法則特別適合應用於具有非規則網格的問題。除此之外，在改寫為離散的差分方程式時，守恆形式(如(1)式連續方程之形式)與非守恆形式在數值計算時有相當大的差異。在計算超音速磁性流體所形成的震波時，若採用守恆形式進行計算，則能嚴格限制密度、動量與能量等物理量的通量守恆，因此方能得出正確的躍遷條件(jump conditions)；非守恆形式

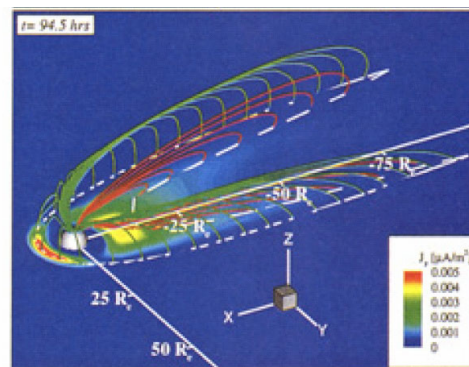
用於計算這類具有不連續特性的問題時則會有相當程度的誤差 [27]。另外，由於數值運算的離散特性，所有的磁性流體力學數值模擬都會遭遇到違反  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  的共同難題，因此有些數值方法使用特別的處理方式，例如：磁通量守恆法 (magnetic flux conservation scheme) [Peterkin et. al, 1998] 可以使  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  的誤差維持在 round-off 的等級。然而無論使用的數值方法為何，整體而言在數值運算上一致追求的目標是希望能提供更精確更高效率的數值運算結果。在計算的精確度方面，與數值方法的準確階數 (order of accuracy) 直接相關，越高階的數值方法擁有越高的精確度，但相對的要付出較多的計算量，而且不同階的誤差項隱含不同的特性，例如：二階（或偶數接）的誤差項相當於耗散（diffusion）效應，三階（奇數階）的誤差項相當於頻散（dispersion）效應，因此當採用中央差分法（central difference）時將會消去所有偶次誤差項，也就是沒有數值耗散而只有數值頻散效應，這在處理震波或不連續面的問題時顯然會有不合理的情形。

磁性流體力學模擬的應用，目前主要集中於天文、太空及核融合等研究領域。在天文領域方面，磁性流體力學在星際氣體動力與銀河演化過程的研究有重要的應用 [28]。而在太空環境中許多的現象皆是電漿與磁場的交互作用所致；例如：太陽風以及太陽表層的閃焰、太陽黑子、日珥等現象及太陽風與行星磁層的交互作用，皆是磁性流體力學主要的應用範圍。在此我們以三維全球磁性流體力學（Global MHD）數值模擬為例。全世界有幾個研究群致力於三維全球磁性流體力學數值模擬的發展 [23][30][34]，模擬從太陽至地球間整個日地環境的大尺度電漿物理現象，目的為希望能提供太空天氣的預報！三維全球磁性流體力學模擬除了面對先前提及的幾項基本數值難題與龐大的模擬區間之外，另一個難題是來自三維全球磁性流體力學模擬計算所涵蓋的尺度差異非常大；例如：日地之間的距離約 20000 RE，太陽半徑約 100 RE，而地球磁層的許多物理現象更是小於一個 RE，若以最小尺度 0.1RE 為例，光

是涵蓋地球磁層的計算範圍（ $L_x \sim 250RE$ ,  $L_y \sim 50RE$ ,  $L_z \sim 50RE$ ；其中  $L_x$  為日地連線的方向的長度，而  $L_y$  與  $L_z$  則分別垂直於日地連線方向的長度）就約為 109 個格子點的等級，更何況是由太陽表面到地球磁層的三維全球磁性流體力學模擬計算！因此計算網格的規劃就成了一大挑戰。圖八與圖九為應用可調適性網格進行太陽日冕物質噴發、傳播及其與地球磁層交互作用之數值模擬研究，計算過程中針對不同的區域使用不同的網格密度進行運算，物理量變化平緩之處使用較粗的網格，以減少計算量；而物理量隨空間變化較大的區域則使用較密的網格，以正確解析出其間的物理現象。



圖八：心的球體為太陽，顏色代表源自太陽的行星際磁場強度，曲線為磁力線，其中不同的區域以不同密度的網格進行計算 [24]。

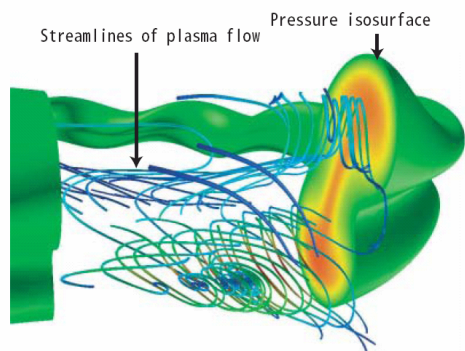


圖九：左側的球體為地球，紅色與綠色曲線代表地球的磁力線，赤道切面上的顏色則代表在切面上的電流密度 [24]。

然而即使應用可調適性網格，實際上的運算量仍然相當可觀。但藉著近年來高效能計算環境與平行計算模式的迅速發展，使得如此龐大的計算量得以獲得解決。再者，三維全球磁性流體力學模擬的邊界與初始條件的決定亦是一大難題，遠離太陽星際邊界，以

不干擾模擬區間之物理現象為原則即可，但地球高層大氣與磁層的邊界，則需藉由觀測及磁層與電離層的耦合模式來決定。其實三維全球磁性流體力學模擬除了用於日地物理的探討外，亦應用於其他行星或彗星的研究，例如 Hasen et. al [25] 即以三維磁性流體力學模擬土星磁層結構並與 Cassini 太空船穿越土星磁層之實際觀測資料比較。

此外，在核融合實驗過程中，磁性流體力學數值模擬亦常用以協助核融合實驗的分析與改進。由於核融合實驗之幾何結構，通常以曲線座標系進行計算。圖十為三維磁性流體力學模擬 LHD (Large Helical Device) 實驗時電漿壓力非線性演化之情形。



圖十：電漿壓力與流線在 LHD 實驗之磁性流體力學數值模擬結果，用以瞭解核融合電漿之穩定性 [29]。

前述(1)-(7)式為理想的磁性流體力學架構，並未考慮微觀的粒子碰撞或波與粒子的交互作用所造成的傳輸或電阻效應。當磁性流體力學需要考慮非完全導體效應時，歐姆定律修正為  $\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$ ，其中等式右側的  $\eta$  為電阻，將造成焦爾加熱效應，同時能量方程式也需一併修正，這將使得原本的磁性流體力學變成 resistive MHD。此種模式可做為模擬太空與天文電漿中之磁力線重連問題 [26][22]。在許多數值運算中有時會加入人為的耗散項 (diffusion term)，以抑制短波或紊流的形成，避免短波造成數值不穩定而導致發散。由於理想磁性流體力學並沒有伴隨之特徵尺度，其所適用的問題應遠大於電子與離子的迴旋尺度，因此當所探討的問題接近離子迴旋尺度時，需應用其他的模式，例如將電子與離子視為兩種流體之雙

流體 (two-fluid) 模式，或是將電子視為流體而離子以粒子模式描述的混合式 (Hybrid) 數值模式，以涵蓋離子尺度的物理現象。

本文第二部份由國科會計畫：NSC94-2111-M-008-009 所支持。邱行偉感謝郝玲妮教授對於本文第二部份之建議。

#### 參考文獻：

- [1] D. R. Nicholson, Introduction to Plasma Theory, John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [2] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics, McGraw-Hill, Inc., New York, 1973.
- [3] S. Selberherr, Analysis and Simulation of Semiconductor Devices, Springer-Verlag, Wien, 1984.
- [4] 傅竹風、胡友秋，空間等離子體數值模擬，安徽科學技術出版社，1995.
- [5] C. K. Birdsall and A. b. Langdon, Plasma Physics via Computer Simulation, IOP Publishing Ltd, London, 1991.
- [6] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, Computer Simulation Using Particles, IOP Publishing Ltd, Bristol, 1988.
- [7] C. K. Birdsall, IEEE Trans. Plasma Science, vol. 19, p. 65, 1991.
- [8] J. M. Dawson, Rev. Mod. Phys. Vol. 55, p. 403, 1983.
- [9] A. C. J. Paes et al., Brazilian J. Phys. vol. 33, p. 411, 2003.
- [10] J. W. Thomas, Numerical Partial Differential Equations: Finite Difference Methods, Springer-Verlag, New York, 1995.
- [11] C. K. Birdsall and N. Maron, J. Comp. Phys. Vol. 36, p. 1, 1980.
- [12] V. Vahedi et al., Computer Physics Communication

- vol. 87, p. 179, 1995.
- [13] J. Benford and J. Swegle, High-Power Microwaves, Artech House, Inc., Norwood, 1991.
- [14] J. Davis et al., Physics of Plasma, vol. 12, p. 123102, 2005.
- [15] X. R. Fu et al., Physics of Plasma, vol. 13, p. 012309, 2006.
- [16] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [17] E. Neyts et al., J. Appl. Phys. vol. 93, p. 5052, 2003.
- [18] Y. C. Lan et al., J. Vac. Sci. Technol. B, vol. 18, p. 911, 2002.
- [19] C. Jacoboni and P. Lugli, The Monte Carlo Method for Semiconductor Device Simulation, Springer-Verlag, Wien, 1989.
- [20] Courtesy of MRC & NRL,  
<http://www.mrcwdc.com/Magic/index.html>
- [21] lackman, E. G., A. Frank, and C. Welch, Astrophys. J., 546 (2001).
- [22] Chiou, S.-W. and L.-N. Hau, Phys. Plasmas, 10, 3813 (2003).
- [23] Gombosi, T. I., D. L. De Zeeuw, R. M. Haberli, and K. G. Powell, J. Geophys. Res., 101, 15233 (1996).
- [24] Groth, C. P. T., D. L. De Zeeuw, T. I. Gombosi, and K. G. Powell, J. Geophys. Res., 105, 25053 (2000).
- [25] Hansen, K. C., A. J. Ridley, G. B. Hospodarsky, N. Achilleos, M. K. Dougherty, T. I. Gombosi, and G. Toth, Geophys. Res. Lett., 32, L20S06 (2005).
- [26] Hau, L.-N. and S.-W. Chiou, J. Geophys. Res., 106, 8371 (2001).
- [27] Lax, P. D. and B. Wendroff, Comm. Pure & Appl. Math., 13, 217 (1960).
- [28] Maron, J. and P. Goldreich, Astrophys. J., 554, 1175 (2001).
- [29] Miura, H., T. Hayashi, and T. Sato, Phys. Plasmas, 8, 4870 (2001).
- [30] Ogino, T., R. J. Walker, and M. G. Kivelson, J. Geophys. Res., 103, 225 (1998).
- [31] Proga, D., Astrophys. J., 629, 397 (2005).
- [32] Peterkin, R. E., Jr., M. H. Frese, and C. R. Sovinec, J. Comput. Phys., 140, 148 (1998)
- [33] Siscoe, G. L., G. M. Erickson, B. U. O. Sonnerup, N. C. Maynard, K. D. Siebert, D. R. Weimer, and W. White, J. Geophys. Res., 106, 10743 (2001).
- [34] Slinker, S. P., J. A. Fedder, J. Chen, and J. G. Lyon, J. Geophys. Res., 103, 26243 (1998).

---

---

作者簡介：

藍永強<sup>2</sup>

國立成功大學光電與工程研究所

E-mail: lanvc@mail.ncku.edu.tw

邱行偉

國立中央大學太空科學研究所