

2008 全國中學生力學競賽

本份試卷共 5 頁，計 20 題選擇題（含單選及複選），總分 100 分，答對給題分，未答給 0 分，單選題答錯倒扣題分之 1/5，複選題答錯倒扣題分之 1/32，請將適當的答案填在現場所發給的答案卡內。

1. （複選題，5%）飛機操控。

飛機尾部通常有水平尾翼及垂直尾翼。水平尾翼包括水平安定面（固定部分）和水平舵（可轉動部分）；垂直尾翼包括垂直安定面（固定部分）和垂直舵（可轉動部分）。水平舵及垂直舵可經由飛行員拉動操縱桿來控制飛機的飛行姿態（上下或左右）。想像一架飛機正在作水平直線飛行，飛行員拉動操縱桿，則下列何者是正確的？

- (A) 水平舵向上翹起時，飛機將向上飛行。
- (B) 水平舵向上翹起時，飛機將向下俯衝。
- (C) 垂直舵向右旋轉時，飛機將向右轉彎。
- (D) 垂直舵向右旋轉時，飛機將向左轉彎。
- (E) 以上皆非。

參考解答：(A、D)。

解說：水平舵向上翹起時，空氣將水平舵向下壓而導致飛機頭部上揚；垂直舵向右轉時，空氣將垂直舵向左壓而導致飛機頭部左轉。

2. （單選題，5%）估計大樓高度。

某人在地面攝影時，恰好把從樓頂自由落下的一个小石子攝在照片中。已知該攝影總共曝光時間為 1/50 s；在照片中量得小石子的運動軌跡為 1.6 cm；實際長度為 100 cm 的窗框在照片中長度為 4 cm。根據以上這些數據，請估計樓頂的高度。重力加速度的大小 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

- (A) 10 m (B) 20 m (C) 30 m (D) 40 m (E) 50 m

參考解答：(B)。

解說：小石子在曝光時間內的速率約為 $v = 1.6 \times (100 / 4) \div (1/50) = 2000 \text{ cm/s} = 20 \text{ m/s}$ （曝光時間很短，速率變化不大）。由自由落體公式 $v = gt$ 可知該速率所對應的時間是 2 s，則樓頂高度估計約為 $h = gt^2/2 = 20 \text{ m}$ 。

3. (單選題, 4%) 計算聲音頻率。

已知某火車的鳴笛聲頻率是 $f = 275 \text{ Hz}$ ，空氣中聲音的速率是 $u = 340 \text{ m/s}$ 。當火車以速率 $v = 20 \text{ m/s}$ 接近時，站在鐵道旁的觀察者聽到的鳴笛聲頻率約是多少？當火車以相同速率遠離時，該觀察者所聽到的鳴笛聲頻率約是多少？

- (A) 火車接近時是 290 Hz ，火車遠離時是 260 Hz 。
- (B) 火車接近時是 300 Hz ，火車遠離時是 270 Hz 。
- (C) 火車接近時是 310 Hz ，火車遠離時是 280 Hz 。
- (D) 火車接近時是 320 Hz ，火車遠離時是 290 Hz 。
- (E) 火車接近時是 330 Hz ，火車遠離時是 300 Hz 。

參考解答：(A)。

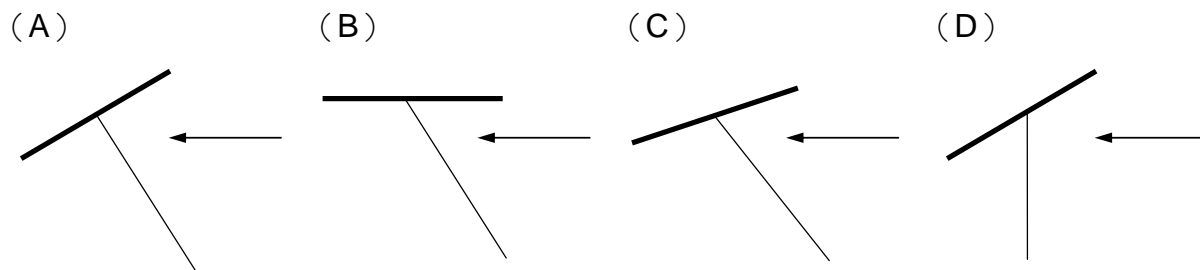
解說：此現象稱為多卜勒效應 (Doppler effect)：音源與觀察者接近時，觀察者聽到的頻率高於聲源頻率；聲源與觀察者遠離時，觀察者聽到的頻率低於聲源頻率。以下公式是誘導後的結論：

火車接近時頻率是 $f \times u / (u - v) = 275 \times 340 / (340 - 20) = 292.2 \text{ Hz}$ ；

火車遠離時頻率是 $f \times u / (u + v) = 275 \times 340 / (340 + 20) = 259.7 \text{ Hz}$ 。

4. (單選題, 4%) 風箏與風箏線的關係。

下列四個圖表示放風箏時，當風箏靜止（穩定）在空中時，風箏與風箏線之間的關係，其中有箭頭的小平線代表風向，粗黑線代表風箏截面，細線代表風箏線。請問哪一個圖最能合理地表示風箏與風箏線之間的關係？



參考解答：(C)。

解說：將風箏（粗黑線）視為自由體來分析。風箏受了三個力：風力（與風箏平面垂直）、繩子拉力、及本身重力；風箏穩定在空中時，這三個力必須達平衡。A、B、D 都是不合理的，因為三個力都在某一直線的同側，無法平衡。只有 C 是有可能的。另一種講法是：A、B、D 情況下，三個力中有兩個力共線，另一力不在此線上，不可能平衡。

5. (單選題, 4%) 重心的改變。

將一玻璃杯置於水平桌面上，將水緩慢注入其中，直到水滿為止。在此過程中，該系統（玻璃杯和水）的重心位置會

- (A) 一直上升 (B) 一直下降 (C) 先上升後下降 (D) 先下降後上升 (E) 一直不變。

參考解答：(D)。

解說：無水時重心約在桌面。注水時水面漸漸上升，同時重心會漸漸向下移動。當系統的重心下降到與水面相同時，若再繼續注水，重心就會開始向上移動，直到注滿水時重心上升到約桌面的位置。

6. (單選題, 6%) 估計宇宙年齡。

經過長久以來的天文觀測顯示，幾乎所有的恆星或星系都以各自的速率背離我們而運動，離我們越遠的星體，背離我們運動的速度（稱為退行速度）越大；也就是說宇宙在膨脹。不同的星體退行速度 v 和它離我們的距離 r 成正比，即 $v = Hr$ ，式中 H 為一常數，稱為哈伯常數（Hubble constant）。天文觀察測得的哈伯常數約為 $H = 2 \times 10^{-2} \text{ (m/s)/ly}$ ，其中 ly 表示光年（light year）。為解釋上述現象，有人提出一種理論，認為宇宙是從一個質點的大爆炸開始形成的。假設大爆炸後各星體都以固定的速度向外做等速運動，並設想我們地球很接近爆炸的中心（相對於其它很遙遠的星體而言，這個假設是可以接受的），則速率越大的星體離我們越遠，這一結果與上述天文觀測是一致的。由上述理論和天文觀測結果，可估算宇宙年齡約為多少年？

- (A) 1.5×10^9 (B) 7.5×10^9 (C) 1.5×10^{10} (D) 7.5×10^{10} (E) 1.5×10^{11}

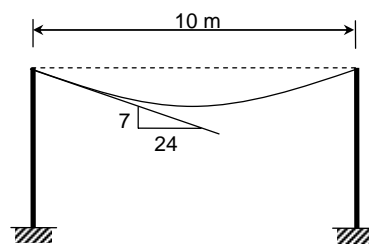
參考解答：(C)。

解說：宇宙年齡約為

$$T = \frac{r}{v} = \frac{1}{H} = \frac{1}{2 \times 10^{-2}} \frac{\text{ly} \cdot \text{s}}{\text{m}} = \frac{1}{2 \times 10^{-2}} \frac{(3 \times 10^8 \cdot 365 \cdot 86400 \text{ m}) \cdot \text{year}}{\text{m} \cdot (365 \cdot 86400 \text{ s})} = 1.5 \times 10^{10}$$

7. (單選題, 5%) 估計電線張力。

右圖表示兩電線桿(垂直粗線)與電線(下垂細線)之間的關係。已知電線的總重量為 200 N。電線架好後經量測結果為：兩電線桿間距離為 10 m，電線兩端點的斜率為 7:24(如圖所示)。由這些資料，估計電線的張力約為？



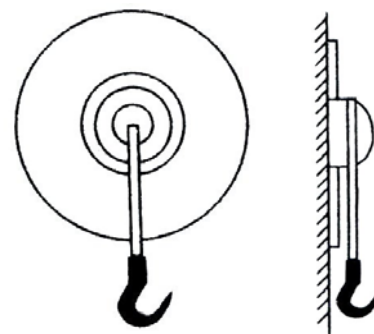
- (A) 240 N (B) 280 N (C) 320 N (D) 360 N (E) 400 N

參考解答：(D)。

解說：以電線整體為自由體來考慮，兩端的拉力(亦即電線的張力 T)在垂直方向的分量之和等於電線的重量，即 $2T \sin \theta = W$ ，所以 $T = W/(2 \sin \theta) = 200/(2 \times 7/25) = 357 \text{ N}$ 。

8. (單選題, 5%) 估計摩擦係數。

右圖為一種吸盤式掛鉤的示意圖。使用時，將吸盤緊壓在平整且清潔的垂直牆面上(譬如磁磚面)，再將物品(譬如衣物等)掛上掛鉤。已知吸盤的外徑為 4 cm，並假設吸盤與牆面完全接觸，中間沒有任何空氣。如果此掛鉤最多能掛物體的重量是 25 N，則吸盤與該牆面間的最大靜摩擦係數約為多少？(大氣壓力 $1 \times 10^5 \text{ Pa}$)



- (A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5

參考解答：(B)。

解說：吸盤面積為 $A = \pi d^2/4$ ，牆面與吸盤間的壓力為 $N = PS = \pi d^2 P/4$ ，吸盤與牆面的最大靜摩擦力為 $F_{\max} = \mu N$ ，吸盤面與該牆面的最大靜摩擦係數約為

$$\mu = F_{\max}/N = 4F_{\max}/(\pi d^2 P) = (4 \times 25)/(3.14 \times 0.04^2 \times 10^5) = 0.2$$

9. (單選題, 5%) 估計比例常數。

想像有一隕石進入大氣層時，空氣阻力 f 與速度 v 的平方成正比，亦即 $f = kv^2$ ，其中 k 為比例常數。今有一隕石，經量測質量為 10 kg，並估計進入大氣層時其終端速度為 1000 m/s，則比例常數 k 約為多少？

- (A) $10^{-1} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}$ (B) $10^{-2} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}$ (C) $10^{-3} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}$ (D) $10^{-4} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}$ (E) $10^{-5} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}$

參考解答：(D)。

解說：達到終端速度時，重力和空氣阻力必須平衡，亦即 $mg = kv^2$ ，所以

$$k = mg/v^2 = 10 \times 10/1000^2 = 10^{-4} \frac{\text{N}}{(\text{m/s})^2}。$$

10. (單選題，5%) 估計飛機跑道長度。

人們受小鳥在空中飛翔的模樣而發明了飛機。小鳥振動翅膀，獲得的上升力可表示為 $F = kSv^2$ ，式中的 S 為翅膀面積， v 為小鳥飛行的速度， k 為比例常數。一隻質量為 100 g 的燕子其飛行速度約為 12 m/s。假設飛機飛行時獲得的上升力與小鳥飛行時獲得的上升力有同樣的規律（也有同樣的比例常數）。現有一架質量為 1000 kg 的飛機，假設其最大加速度為 5 m/s^2 ，機翼面積約為燕子翅膀面積的 400 倍，則此飛機起飛的跑道至少約要多長？

(A) 360 m (B) 480 (C) 600 m (D) 720 m (E) 840 m

參考解答：(A)。

解說：上升力必須等於重力才能起飛。對小鳥而言， $m_1g = kS_1v_1^2$ ，對飛機而言

$$m_2g = kS_2v_2^2，兩式相除後可以得到 $v_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \frac{S_1}{S_2}} v_1 = \sqrt{10000/400} \times 12 = 60 \text{ m/s}$$$

由等加速運動公式， $v_2^2 = 2as$ ，跑道至少要多長 $s = v_2^2 / 2 \cdot a = 60^2 / 2 \cdot 5 = 360 \text{ m}$ 。

11. (單選題，6%) 估計血液循環人體一次的時間。

某人心臟在一次脈動中可以泵出血液 80 mL，每分鐘脈動 75 次。醫院為對他進行診斷觀察，把一種藥劑 12 mg，由靜脈注射入體內。經一段時間抽取血液檢查後，發現該藥劑濃度已穩定在 3 mg/L。此人血液循環一次所需要的時間約多久？

(A) 30 s (B) 40 s (C) 50 s (D) 60 s (E) 70 s

參考解答：(B)。

解說：每分鐘泵血量 $V = 80 \times 75 = 6000 \text{ mL}$ 。血液總量 $V_T = 12/3 = 4 \text{ L}$ 。血液循環一次所需要的時間 $t = 4000/6000 = 0.667 \text{ min} = 40 \text{ s}$

12. (單選題，6%) 計算彈簧伸長量。

將兩個完全相同的彈簧串在一起，上端固定，並且在下端懸掛 50 g 砝碼後兩彈簧總共伸長了 20 cm，再以細繩連接，並使兩細繩恰好是無鬆弛且無張力的狀態，如圖 12a 所示。此時，若解開兩彈簧的掛勾，使兩彈簧不再在一起，如圖 12b 所示。請問此時兩彈簧的總伸長量變成多少？

- (A) 由於細繩的連接，總伸長量維持 20 cm
(B) 5 cm (C) 10 cm (D) 15 cm (E) 30 cm



圖 12a



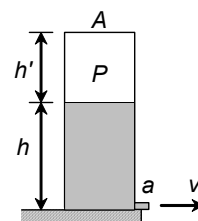
圖 12b

參考解答：(C)。

解說：假設兩彈簧的彈簧常數均為 k ，因圖 12a 為串聯狀態，等效彈簧常數 $k' = k/2$ 。圖 12b 相當於兩彈簧並聯，等效彈簧常數為 $k'' = 2k$ 。所以 $F = mg = k'(20) = k''x$ ，解得 $x = 5$ cm；這是一個彈簧的伸長量，兩彈簧共伸長 10 cm。

13. (單選題，4%) 計算氣體壓力。

右圖表示一截面積為 $A = 25 \text{ cm}^2$ 的圓柱形容器，除了頂部有一截面積為 $a = 0.25 \text{ cm}^2$ 的通道外，其它是密封的。容器內有高度 $h = 1.0$ m、密度為 $\rho = 2.0 \text{ g/cm}^3$ 的液體，上方有高度 $h' = 0.6$ m，壓力為 P 的氣體，並將此容器放置在一水平桌面上，此處為正常室內溫度及大氣壓力。若此時容器內氣體壓力 P 剛好調整到使得液體不流出來，請問 P 約為多少？



- (A) 50 kPa (B) 60 kPa (C) 70 kPa (D) 80 kPa (E) 90 kPa

參考解答：(D)。

解說：當液體恰不流出時， $P + \rho gh = P_0$ 。 (P_0 為大氣壓力，100 KPa)，

$$P = P_0 - \rho gh = 10^5 - 2000 \times 10 \times 1 = 80000 \text{ Pa}$$

14. (單選題，4%) 計算液體流速。

承接上題，若將罐中液體溫度由 27°C 加熱到 87°C (此過程中通道是關閉的)，將通道打開的初期，液體流出的速率約為多少？

- (A) 1 m/s (B) 2 m/s (C) 3 m/s (D) 4 m/s (E) 5 m/s

參考解答：(D)。

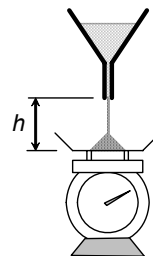
解說：假設溫度升高後的氣體壓力變為 P' ，則 $\frac{P'}{P} = \frac{T'}{T} = \frac{273+87}{273+27} = \frac{6}{5}$ ，所以

$$P' = \frac{6}{5}P = \frac{6}{5} \times 80000 = 96000 \text{ Pa}。由 Bernoulli 方程式， $P' + \rho gh = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$ ，代入$$

數值， $96000 + 2000 \times 10 \times 1 = 100000 + \frac{1}{2} \times 2000 \times v^2$ ，解出 $v = 4 \text{ m/s}$ 。

15. (單選題，6%) 預測磅秤讀數。

右圖表示沙粒放在漏斗中，並在時間 $t=0$ 時打開漏斗出口使沙粒開始穩定流出。漏斗出口與磅秤平台的距離 $h = 5 \text{ m}$ ，磅秤平台所受的力不只是沙粒的重力，而且也包括衝擊力。如果每顆沙粒的平均質量約為 $m = 0.01 \text{ g}$ ，且每秒流出約 $n = 1000$ 顆沙粒。請問 $t = 5 \text{ sec}$ 時，磅秤讀數約為多少。



- (A) 20 克重 (B) 30 克重 (C) 40 克重 (D) 50 克重
(E) 60 克重

參考解答：(D)。

解說：磅秤平台所受的力 = 平台上的總沙粒重 + 衝擊力， t 秒後平台上的總沙粒質量

$M = nmt$ ，沙粒接觸平台時的速率 $v = \sqrt{2gh}$ ，平台所受的力為

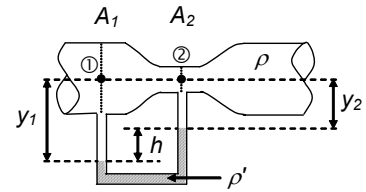
$$W = Mg + \frac{dP}{dt} = nmtg + \left(\frac{dM}{dt}\right) \cdot v = nmtg + nm \cdot \sqrt{2gh} = nmg\left(t + \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)，將數值代入，$$

$$W = nmg\left(t + \sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 1000 \times 10^{-5} \times 10 \left(4 + \sqrt{\frac{2 \times 5}{10}}\right) = 0.5 \text{ N} = 0.05 \text{ kgf} = 50 \text{ gf}$$

注意，上式中， t 是以 4 秒計算的，因為沙子從 5 m 高處掉落到平台需要 1 秒。

16. (複選題, 6%) 流速計算。

右圖為一量測穩定流體流速的裝置。流體(密度 ρ)由左至右流經粗細變化的圓管中。1、2兩處的斷面半徑比為2:1, 且兩處有一U形管相連通, U形管內裝有液體(密度為 2ρ)。U形管中兩管內液柱高度差為 h 。假設兩處的流體速率分別為 v_1 與 v_2 , 它們分別為多少?



- (A) $v_1 = \sqrt{\frac{2}{15}gh}$ (B) $v_1 = \sqrt{\frac{3}{15}gh}$ (C) $v_1 = \sqrt{\frac{4}{15}gh}$
 (D) $v_2 = \sqrt{\frac{32}{15}gh}$ (E) $v_2 = \sqrt{\frac{48}{15}gh}$

參考解答：(A、D)。

解說：由流體的連續性， $v_1 A_1 = v_2 A_2$ ， $\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{1}{4}$

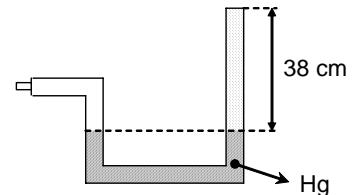
由 Bernoulli 方程式， $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2$ ， $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$

由壓力關係， $P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2 + 2\rho g h$ ， $P_1 - P_2 = \rho g(2h - h) = \rho g h$

由以上三式可以解出 $v_1 = \sqrt{\frac{2}{15}gh}$ ， $v_2 = \sqrt{\frac{32}{15}gh}$

17. (單選題, 5%) 氣體壓力計算。

右圖為一閉管壓力計的示意圖，右端為封閉的，左端可與氣體容器相接，以測定氣體壓力。未接上氣體容器時（此時所測得為大氣壓力），在閉管內水銀面上方有38 cm真空氣柱。當接上一氣缸時，右管的水銀面下降19 cm，已知求該氣缸容積為100 L。則該氣缸內壓力為多少？（理想氣體常數 $R = 8.32 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ ）。



- (A) 150 cm Hg (B) 160 cm Hg (C) 170 cm Hg
 (D) 180 cm Hg (E) 190 cm Hg

參考解答：(E)。

解說：當壓力計尚未接氣缸時，封閉端氣體為 $P_1 = 76 \text{ cm Hg}$ ， $V_1 = 38A \text{ cm}^3$

當壓力計連接氣缸後，封閉端空氣為 $V_2 = 19A \text{ cm}^3$

由 $P_1 V_1 = P_2 V_2$ ， $P_2 = P_1 V_1 / V_2 = 76 \times 38 / 19 = 152 \text{ cm Hg}$

則待測氣缸的壓力 $P = 152 + 19 \times 2 = 190 \text{ cm Hg}$

18. (單選題, 4%) 氦體溫變計算。

承接上題, 若已知氦氣筒內含有氦氣 10 mol, 則氦氣筒內溫變約為多少?

- (A) 280 K (B) 300 K (C) 320 K (D) 340 K (E) 360 K

參考解答: (B)。

解說: 由 $PV = nRT$, $\frac{190}{76} \times 10^5 \times 0.1 = 10 \times 8.32 \times T$, $T = 300$ K

19. (單選題, 6%) 膨脹係數計算。

一物體於 0°C 時之密度為 d , 於 $t^\circ\text{C}$ 時之密度為 D , 則其線膨脹係數約為多少?

- (A) $\frac{d-D}{3Dt}$ (B) $\frac{d-D}{3dt}$ (C) $\frac{d-D}{Dt}$ (D) $\frac{3(d-D)}{dt}$ (E) $\frac{3d}{(d-D)t}$

參考解答: (A) 或 (B) 都可以。

解說: 考慮在 0°C 時, 一個大小為 $L \times L \times L$, 質量為 m 的立方體, $d = \frac{m}{L^3}$

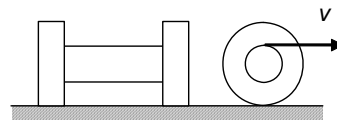
在 $t^\circ\text{C}$ 時, $D = \frac{m}{L^3(1+\alpha t)^3}$

兩式相除, $\frac{d}{D} = (1+\alpha t)^3 \approx 1+3\alpha t$ (線膨脹係數通常很小), $\alpha \approx \frac{d-D}{3Dt}$

此外, 在線膨脹係數很小的假設下, d 與 D 的差異也很小, 故 (B) 式也可以近似 α 。

20. (單選題, 5%) 角速度計算。

一線軸外圓半徑 R , 中間軸的半徑 r 。若在中間軸纏繞細線, 拉動細線使線軸沿水平面滾動, 如右圖所示。如果線軸外圓與地面之間無滑動, 而且細繩以相對於地面速率 v 等速拉動, 則線軸轉動之角速度為何?



- (A) $\frac{v}{R+r}$ (B) $\frac{v}{R-r}$ (C) $\frac{v}{R}$ (D) $\frac{v}{r}$ (E) $\frac{v}{R+2r}$

參考解答: (A)。

解說: 設角速度為 ω , 中間軸前進的速度是 $v - R\omega$, 所以中間軸的角速度為 $\frac{v - R\omega}{r}$, 此

值也是整體的角速度 ω 。由 $\frac{v - R\omega}{r} = \omega$ 解得 $\omega = \frac{v}{R+r}$