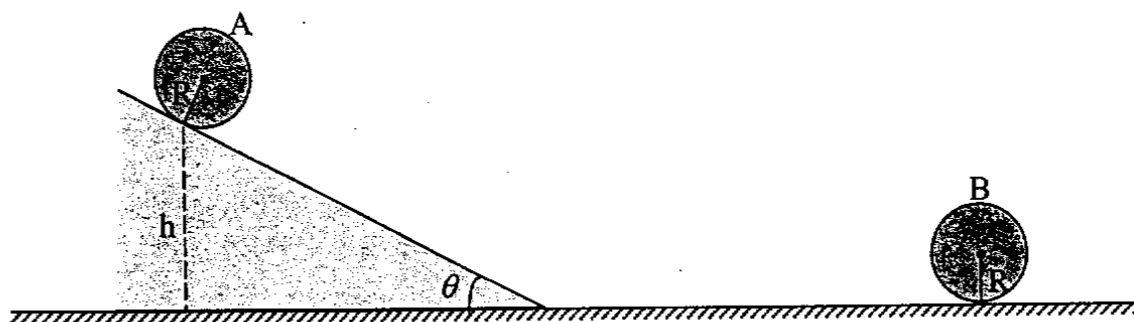


2002 年第三屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十三屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

1. 有一半徑為 R 、質量為 M 的均勻實心圓球 A，靜置在一斜面上，如圖一所示，球體與斜面的接觸點離開水平地面的高度為 h 。現釋放該圓球，使其自靜止開始沿斜面滾下。設斜面和水平地面均為同樣材料構成，圓球與它們之間的靜摩擦和動摩擦係數分別為 μ_s 和 μ_k ($\mu_s > \mu_k$)，回答下列問題：(圓球繞中心軸的轉動慣量為 $I = \frac{2}{5}MR^2$)
 - (1) 若圓球 A 以純滾動方式運動，則 μ_s 的最小值為何？
 - (2) 承(1)小題，在圓球 A 滾至水平地面後，其質心速率為何？
 - (3) 承(2)小題，設圓球 A 的質心速率為 v ，若該球與另一原先靜止在水平地面上的完全相同的圓球 B，發生正向彈性碰撞，則兩球在碰撞後的瞬間，其質心速率及角速率各為何？答案以 v 和 R 表示之。(假設兩球體表面之間的摩擦力可以忽略不計。)
 - (4) 承(3)小題，說明兩圓球在碰撞後的運動狀況為何？又兩圓球最後的質心速率各為何？
 - (5) 假定圓球 A 和斜面之間的靜摩擦係數 μ_s 小於(1)小題中的最小值，則該圓球從圖一所示的位置，自靜止開始釋放，當抵達斜面底端的瞬間，其質心速率和角速率各為何？



圖一

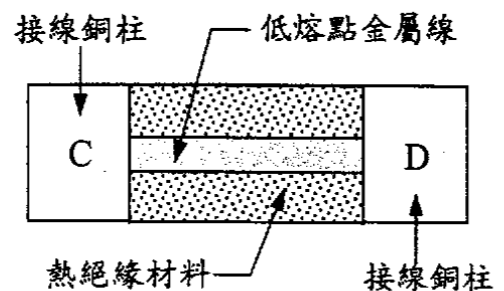
2. 光由許多光子組成，若單一光子的能量為 ε ，則其動量 $p = \varepsilon/c$ ，式中 c 為真空中的光速。已知太陽光照射地球的能量強度（在大氣層外） $I = 1.35 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ ，回答下列問題：
 - (1) 假設地球為良好的黑體，則地球表面所受的最大光壓（或稱光輻射壓力）為何？此光壓和地球海平面上的大氣壓力的比值為何？
 - (2) 行星受到太陽光的照射，因而產生排斥力。證明行星所受的光輻射排斥力，和其與太陽的距離平方成反比。
 - (3) 設有一密度為 ρ ，半徑為 r 的球形黑體，在半徑為 R 的圓形的穩定軌道上，以角速率 ω 環繞太陽轉動，證明克卜勒第三定律應修正為

$$\omega^2 R^3 = GM - \frac{3P_s}{16\pi c} \left(\frac{1}{\rho r} \right)$$

式中 G 為萬有引力常數， M 為太陽的質量， P_s 為太陽的總輻射功率。

- (4) 已知太陽和地球之間的距離為 $1.50 \times 10^8 \text{ km}$ ，計算太陽的總輻射功率 P_s 。
- (5) 就地球而言，地球的半徑為 6380 km ，質量為 $5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ ，計算(3)小題中的光輻射修正項的數值。此修正項對克卜勒第三定律有何影響？
- (6) 有一種構想是在很輕的塑膠面板上，鍍上一層反射良好的鋁金屬膜，利用太陽輻射的光壓，可使該面板連同載具翱翔於太空之中，稱為太陽帆。假設太陽帆的帆面一直面向太陽，暫不考慮攜帶載具，且其平均密度 $\rho = 2.0 \text{ g/cm}^3$ ，欲使太陽帆所受的光輻射力等於所受來自太陽的重力，則該塑膠面板的厚度為何？
- (7) 承(6)小題，若欲使該太陽帆和地球在同一軌道上，環繞太陽轉動，則其所受來自太陽的吸引力必須大於光輻射的排斥力。今將塑膠面板的厚度增大為兩倍，則其週期為何？（在本題中，不考慮地球引力對太陽帆的影響。）

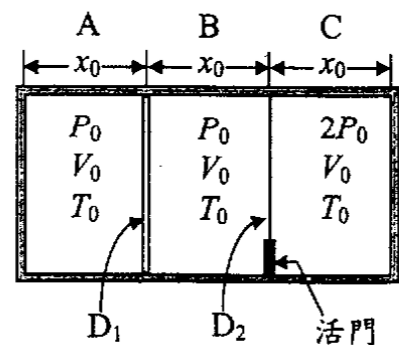
3. 長度為 ℓ ，截面積為 A 的低熔點金屬線，與電路中的 C 和 D 兩塊銅製的接線柱連接，金屬線外圍包裹有絕熱良好的材料如圖二所示。已知該金屬線的電阻係數為 ρ ，熱傳導係數為 k ，今通以電流 i ，假設 C 和 D 兩接線銅柱的溫度一直維持在室溫 T_0 ，且整個系統達穩定狀態，回答下列問題：



圖二

- (1) 取金屬線與接線銅柱 C 之間的接觸點為原點，沿金屬線向右方向為 $+x$ 軸，求金屬線上的溫度分布函數 $T(x)$ ，並畫出溫度 T 對坐標 x 的關係曲線圖。
- (2) 已知金屬線的熔點溫度為 T_f ，若不欲金屬線因高溫而熔斷，則金屬線所能承載的最大電流為何？

4. 一封閉的容器以 D_1 和 D_2 兩隔板分隔成 A 、 B 、和 C 三室，三室中各充以相同的單原子理想氣體，其壓力 P 、體積 V 、和絕對溫度 T 分別如圖三所示。圖中 D_1 隔板的質量為 m ，可以無摩擦地自由滑動； D_2 隔板固定，其上設有一小活門。現打開 D_2 隔板上的小活門，使 B 和 C 二室中的氣體得以混合，並且讓整個系統在維持等溫 T_0 的情況下達到平衡狀態。回答下列問題：

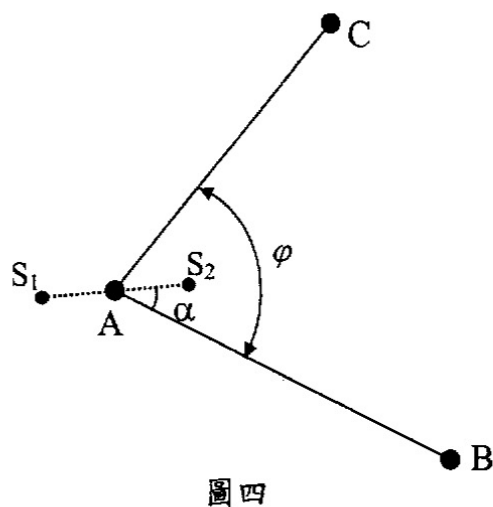


圖三

- (1) 整個系統在達到平衡狀態後， A 、 B 、和 C 三室中的氣體壓力和體積各為何？
- (2) 在整個系統達到平衡狀態的過程中， B 和 C 兩室中的氣體合計吸熱多少？
- (3) 在整個系統達到平衡狀態的過程中，計算整個系統的熵變化量 ΔS_T ，並證明 $\Delta S_T > 0$ 。

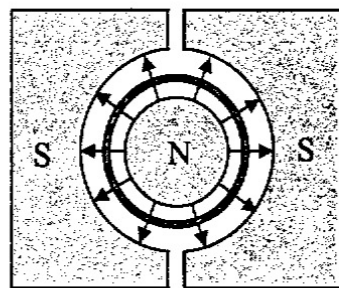
- (4) 如果利用 $dS = \frac{dQ}{T}$ 公式，以積分直接計算 的變化量，則所得整個系統的 ΔS_T 為何？此結果和(3)小題所得者有否矛盾？試從物理觀點解釋為何 ΔS_T 必須大於零？
- (5) 在整個系統到達平衡狀態後，若 D_1 隔板受到輕微的擾動，則此隔板將來回振盪，求其振盪的週期為何？

5. 某業餘無線電玩家住在 A 鎮，他經常與分別住在 B 鎮和 C 市的兩位友人，以無線電相互通訊聯絡。他希望當他與其中一人通訊時，另一人不會同時收到訊號。因此他在住家的空地上豎立了兩根垂直於地面的發射天線 S_1 和 S_2 ，可以同時發出訊號，並使兩訊號之間保有一定，但可調整，的相位差。已知 AB 方向與 AC 方向之間的夾角為 φ ，如圖四所示，他所發射的無線電波波長為 λ ，且假設 A 鎮與 C 和 B 兩市鎮之間的距離遠大於 λ ，回答下列問題：



圖四

- (1) 兩天線之間的最短距離應為何？
 - (2) 承上題，在最短距離時，兩天線地基的連線與 AB 連線之間的夾角 α 應為何？
 - (3) 承上題，在一定的發射功率下，若欲使 B 鎮友人所收到的訊號最強，則輸入兩天線的訊號之間的相位差應調整為多少？
6. 有一半徑為 R 的細圓環，起始時靜置在一沿水平方向的輻射狀磁場中，如圖五所示（紙面為水平面），已知磁場強度 $B = \frac{k}{r}$ ，式中 r 為距圓柱形 N 極中心軸的距離， k 為常數。在時刻 $t = 0$ 時，使圓環在重力的作用下，自靜止落下。在圓環的運動過程中，其環面均保持水平，且環心的路徑與 N 極中心軸重合。設圓環的截面積為 A ，密度為 d ，電阻率為 ρ ，回答下列問題：



圖五

- (1) 當圓環在磁場中的速度為 v 時，在環中的感應電流為何？
- (2) 求圓環在磁場中下落時的終端速度。
- (3) 在圓環達終端速度後，圓環上的電能消耗功率為何？此能量從何補充？
- (4) 求圓環在磁場中的速度 v 與時間 t 的關係式。

【註】你也許需要用到下列的積分公式：

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + \text{常數}$$