

2001 年第二屆亞洲物理奧林匹亞競賽
及第三十二屆國際物理奧林匹亞競賽
國家代表隊複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

1. 透過天文望遠鏡，在夜空中可看到有相當多的雙星運動—兩顆星彼此互相環繞。庫魯格 60 (Kruger 60) 雙星就是一個著名的例子，其中一顆星較另一顆星大也較亮。為觀測雙星的運動軌跡，一般選取兩星中較亮的星作為原點，該星和雙星附近的一顆恆星的連線作為參考軸線，量取雙星連線和此參考軸線之間的夾角 θ 以及雙星之間的距離 r ，如圖 1(a) 所示（為清楚起見，圖中尺寸已誇大）。因此雙星中另一小星位置的極座標可標示為 (r, θ) ，自 1935 年至 1975 年所得的觀測數據列在下表一：

表一：庫魯格 60 雙星的相對位置

觀測年	方位角 $\theta(^{\circ})$	間隔 $r(\text{AU})$
1935	3	10.1
1940	28	12.0
1945	47	12.8
1950	67	12.8
1955	88	11.7
1960	115	9.7
1965	158	7.0
1970	245	5.5
1975	325	7.6

【註】1AU=地球至太陽的距離。

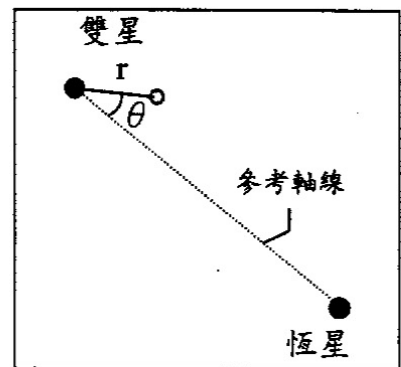


圖 1(a)

假設此雙星運動的軌道面和地球上觀察者的視線垂直，回答下列問題：

- (1) 在圖 1(b) 的極座標紙上，以雙星中較亮的星為原點，根據表一的觀測數據，標出另一小星的運動軌跡。兩星之間相距最近時和最遠時的距離各為何（以 AU 為單位）？

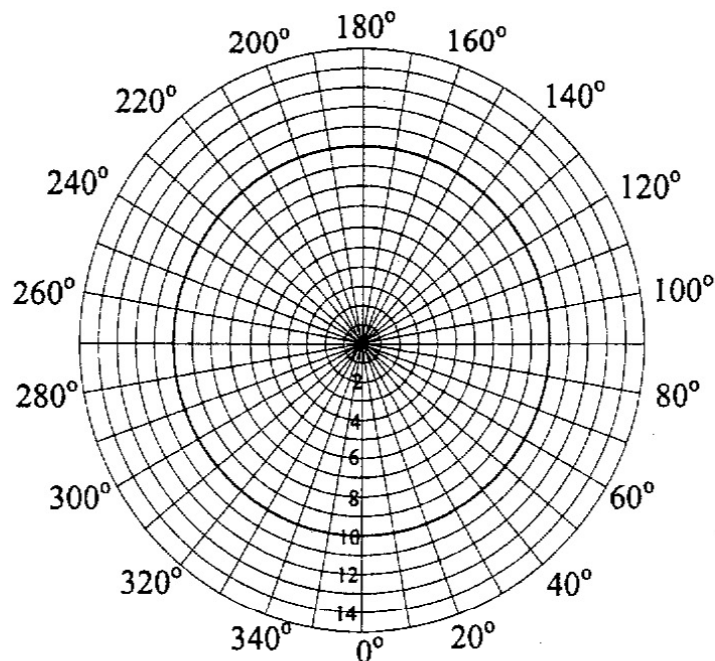


圖 1(b)

- (2) 雙星運動僅受到彼此之間的萬有引力的作用，外力的影響非常微小，可以忽略。設 m_1 和 m_2 分別為兩星的質量，理論上雙星運動可以約化成單一質點的運動，即以兩星之一為參考原點，另一星以約化質量 ($\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$) 相對於該原點運動，其軌跡為一橢圓。計算雙星運動的週期，以其質量和橢圓半長軸表示之。

【註】橢圓的面積 $A = \pi ab$ ，式中 a 為半長軸， b 為半短軸。

- (3) 由於雙星運動時不受外力的作用，故其質心作等速度運動。經由長期對庫魯格 60 雙星的觀測，可辨識出其質心的運動軌跡為一直線，質心至兩星的距離的比值為 1.7。已知庫魯格 60 雙星的環繞週期為 44.5 年，求出兩星的質量， m_1 和 m_2 ，以太陽質量 M_S 表示之。

【註】萬有引力常數 G 可用太陽質量 M_S 、地球公轉太陽的週期（一年）、和地球至太陽的距離（1AU）表示之。

2. 如圖 2 所示，有兩個完全相同的均勻剛體球 A 和 B，其半徑為 R ，質量為 m 。起始時兩球皆靜止在一動摩擦係數為 μ 的固定水平檯面上，現以一細桿沿平行於兩球連心線的方向上，迅速敲擊 A 球，給以一水平衝量 P ，撞擊點在 A 球中心上方 $\frac{R}{2}$ 處，回答下列問題：

【註】：球體繞以任一直徑為轉軸的轉動慣量 $I = \frac{2}{5} mR^2$ 。

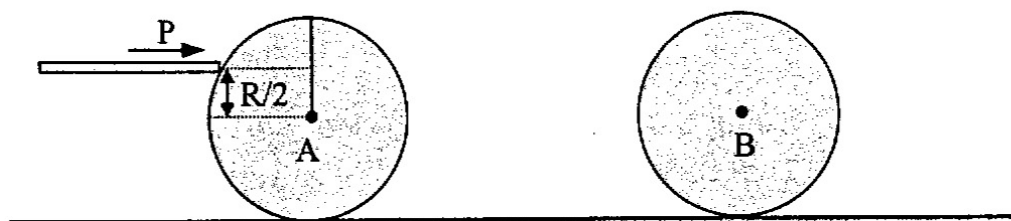


圖 2

- (1) A 球被敲擊後，在平面上移動多少距離後會變成純滾動（假設 A 和 B 兩球相距甚遠，在 A 球變成純滾動以前，兩球不會碰撞。）？此時球心的速度（相對於地面）為何？
- (2) 承(1)小題，在 A 球變成純滾動後，繼續前進和 B 球發生正向碰撞，假設碰撞為完全彈性，且兩球之間無摩擦力，則兩球皆變成純滾動後，兩球球心的速度（相對於地面）各為何？
- (3) 假定起始時兩球緊靠在一起，A 球仍受到同樣的敲擊，則兩球皆變成純滾動後，兩球球心的速度（相對於地面）各為多少？

3. (1) 考慮一平行板電容器，兩極板之間為空氣，其間距為 d ，極板的面積為 A ，板上所帶的電量為 Q ，極板的質量很小，可以忽略不計，問：
- (a) 此電容器所儲存的靜電能為何？
 - (b) 若極板上的電量 Q 維持不變，使兩極板的間距作一微小增量 Δx ，則此電容器增加多少靜電能？
 - (c) 由(b)小題的結果，試求電容器兩極板之間的靜電吸引力，以已知量表示之（設

空氣的介電係數為 ϵ_0)。

- (2) 承(1)題，現在將電容器的四周用光滑的絕緣板封閉，抽出空氣，並封入理想氣體，如圖 3 所示。在電容器未充電前，兩極板間的距離為 d ，而理想氣體的壓力與外界大氣壓力 P_0 相等。今將平行板分別接到電壓為 V 的電池的兩極充電後，極板間距變為 d' 。(已知理想氣體和空氣的介電常數近乎相等。)

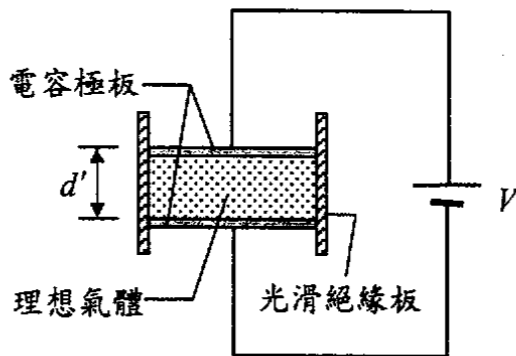


圖 3

- (d) 求充電後，電容器極板上的電量為何？
(e) 充電後，理想氣體的溫度不變，求此時氣體的壓力為何？

- (f) 若欲使極板處於靜力平衡狀態，則極板間隔 d' 和充電電壓 V 之間應滿足何種關係式？

- (g) 承(f)小題，若欲使極板間距 d' 不為零，則所需的充電電壓 V 應滿足怎樣的條件？

4. 一雙狹縫如圖 4 所示，每個狹縫之寬度為 W ，用波長為 λ 的單色光照射 ($W \ll \lambda$)，會在光屏上產生干涉條紋。今將一厚度為 t ，折光係數為 n 的玻璃片放在第二個狹縫與光屏之間，假設沒有放置玻璃片時，光屏中心點 C 的光強為 I_0 ，且玻璃片所吸收或反射的光量很小，可忽略不計，回答下列問題。

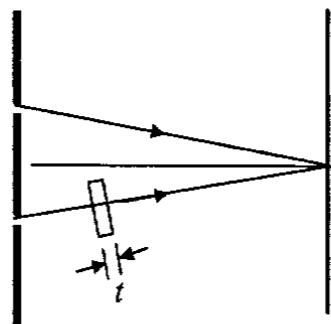


圖 4

- (1) 中心點 C 的光強度如何隨玻璃片的厚度 t 變化？
(2) 中心點 C 的光強度為最小值時，玻璃片厚度為何？
(3) 假設第一個狹縫的寬度增加為 $2W$ ，則中心點 C 的光強與玻璃片厚度之間的關係式為何？

5. 如圖 5 所示的電路，回答下列各題：

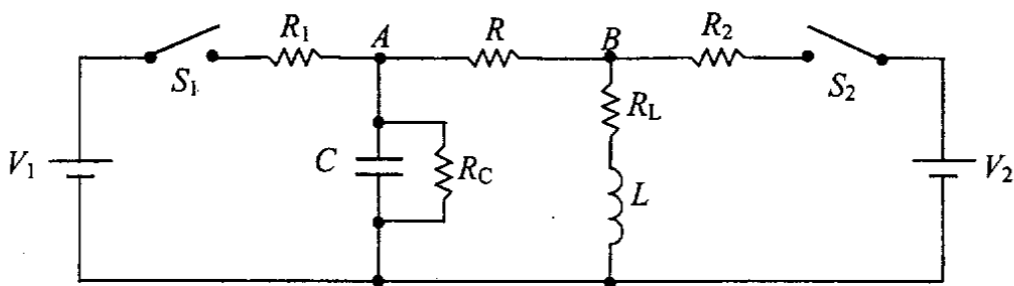


圖 5

- (1) 在時間 $t < 0$ 時，開關 S_1 和 S_2 皆為斷路。在 $t = 0$ 時，將開關 S_1 短路(即接通)，則在此瞬間 A 和 B 兩點之間的電壓 $V_{AB}(t = 0^+)$ 為何？經過一段長時間後， $V_{AB}(t \rightarrow \infty)$ 又為何？
(2) 在時間 $t < 0$ 時，開關 S_1 為斷路， S_2 為短路(這時已達到穩定狀態)。在 $t = 0$ 時，將開關 S_1 短路，問 $V_{AB}(t = 0^+)$ 和 $V_{AB}(t \rightarrow \infty)$ 各為何？
(3) 承題(1)，但令 $R_C = \infty$ ， $R_L = 0$ ，以 $Q(t)$ 代表電容在時刻 t 的電量，寫出 $Q(t)$ 的方

程式（不必解出）。當電路達到穩定狀態時，電容上的電量為何？

6. 一莫耳的單原子理想氣體封閉在一氣缸中，調整氣缸活塞使其內的氣體壓力 P 和體積 V 的變化，依照下列的關係式： $P = a(V_0 - V)$ ，式中 a 和 V_0 皆為正值的常數。假

設氣體的起始體積為 $\frac{1}{10}V_0$ ，由此開始膨脹，求

- (1) 在氣體膨脹的過程中，氣體可達到的最高溫度。
- (2) 氣體開始放熱時的體積。
- (3) 氣體在放熱前，總共吸收的熱量。
- (4) 比較最高溫度和開始放熱時的溫度，說明其所含的物理意義。