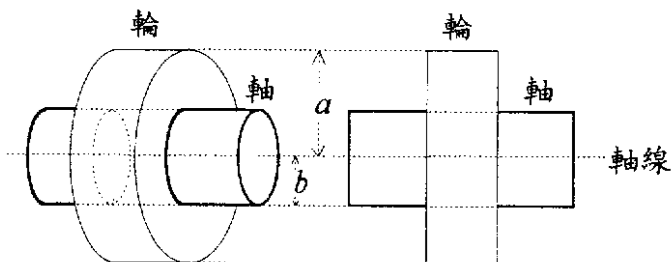


1995年第26屆國際物理奧林匹亞競賽國家代表隊
複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題25分，合計150分。

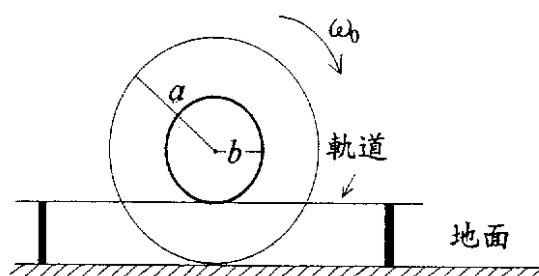
- 一、如圖一所示的輪軸，軸的半徑為 b 、質量為 m_1 ，輪之半徑為 a 、質量為 m_2 (不含軸之質量)。



(圖一)

- (a) 求此輪軸對通過質心之軸線的轉動慣量 I_0 。

- (b) 今此輪軸在一軌道上，以 ω_0 的等角速度作純滾動，軌道離地面的高度略大於 $(a - b)$ ，使輪之下緣恰略高於地面 (不與地面接觸)，若當軸滾出軌道末端而使輪緣碰著粗糙的地面後，輪軸仍作純滾動運動。試求此輪軸在地面上滾動時的角速度。



(圖二)

(如圖二所示)

- (c) 設輪軸與地面碰撞之碰撞時間為 τ ，試求地面施於輪軸之平均衝力。

- 二、一繞著地球運行之太空船，在某一瞬間，其距地球中心的距離是地球半徑 R_E 的兩倍，而該時其瞬時速率是 $6.5 \times 10^3 \text{ m/s}$ ，速度方向如圖三所示。

若已知：

$$R_E = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{地球質量} : 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

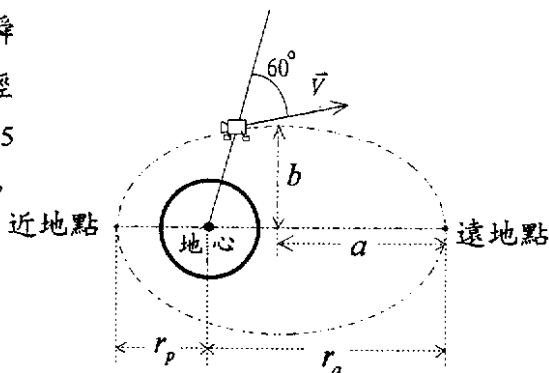
$$\text{重力常數} : G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{太空船之總質量(含燃料)} : 1.0 \times 10^4 \text{ kg}$$

$$\text{橢圓面積} = \pi ab$$

$$\text{橢圓半長軸 } a = \frac{1}{2}(r_p + r_a), \text{ 半短軸 } b = \sqrt{r_p r_a}$$

試問：



(圖三)

- (a) 太空船的總機械能(位能加動能)及角動量各為多少？

(b)根據克卜勒定律，太空船運行的軌跡是橢圓，試求其近地點(距地心最近之點)及遠地點(距地心最遠之點)和地心之間的距離(即 r_p 和 r_a)各為多少公尺？

(c)太空船運行的週期是多少小時？

(d)欲使太空船脫離地球之重力場，最節省燃料的方法是向其瞬時速度的反方向噴射氣體(燃料燃燒後之廢氣)。若在題中所述的位置和情況下(如圖三所示)，此太空船欲脫離地球的重力場，至少需要消耗多少公斤的燃料？(廢氣被噴出時，其相對於太空船的速率是 $2.0 \times 10^3 \text{ m/s}$)

三、像噴墨式印表機之類的裝置是利用帶電的液滴工作，而液滴的大小和其帶電量有密切的關係。請經由下面的步驟分析液滴之分裂與否和其液滴大小的關係。

(a)當一個半徑為 R ，表面帶有電量 Q 的液滴分裂成兩個半徑同為 R' ，帶電量為 $Q/2$ 的液滴時，計算靜電能量的改變(假設分裂後兩個液滴因帶同性電相斥而分開的距離遠大於 R')。

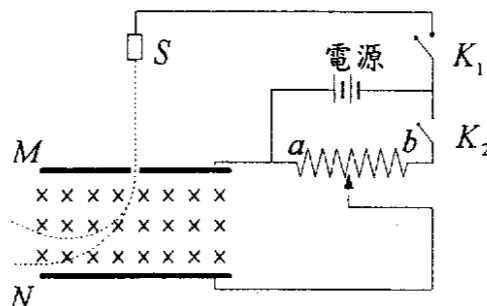
(b)已知表面能為表面張力(單位表面積上所具有的能量)乘以表面積，又知水的表面張力為 $7.275 \times 10^{-2} \text{ J/m}^2$ (焦耳/米²)，試計算當一個半徑為 R 的水滴分裂成兩個大小相同的水滴時，其表面能的改變。

(c)試問一個半徑為1微米(10^{-6} m)，帶電 1 C/kg (庫侖/公斤)的水滴會不會分裂？水滴半徑至少多大才會分裂？

四、如圖四所示之裝置中：

S 為一負離子源，所發射出之離子的質量為 $2.0 \times 10^{-24} \text{ kg}$ ，所攜的電量為 $-6.4 \times 10^{-19} \text{ C}$ ；

MN 為一對平行金屬板，長度 ℓ 均為 0.20 m ，板距 $d=0.12 \text{ m}$ ，其間為 0.1 T 之均勻磁場，磁場方向垂直射入紙面， M



(圖四)

板之中央有一小孔，可使由 S 發射之離子經由內阻為 1.0Ω 的電源所形成的電場加速後，由此進入磁場內；

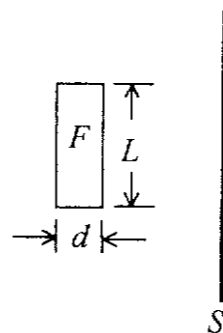
K_1 、 K_2 為開關； ab 為滑動式可變電阻，總電阻值為 15.0Ω 。

若不計離子所受的重力與阻尼的影響，則：

(a)若當開關 K_1 接通而 K_2 仍保持斷路時，離子恰好沿水平方向飛離 MN 間的磁場區，則電源的電動勢之量值為若干？

- (b) 若當 K_1 及 K_2 同時接通，且滑動電阻之接頭置於 ab 之中點時，則離子於距 M 板 $\frac{2}{3}d$ 處飛出，求此時飛出磁場後的離子之速率為若干？

五、圖五的 P 表示一道平行光束的波前， F 代表厚度為 d 的長方型透明薄膜，其折射率為 n 。設薄膜的寬度 L 比光波波長 λ (真空中之值) 大得多。



(圖五)

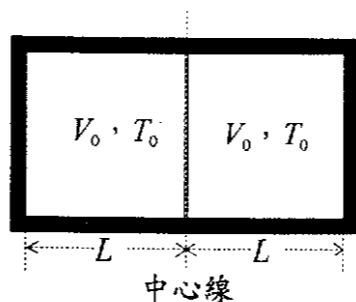
- (a) 試作圖表示抵達薄膜的右方，但尚未到達屏幕 S 的光波波前，並說明作圖的依據。
- (b) 設圖五中的 P 與 S 間之距離為 D ，則沒有經過薄膜的光波由 P 到 S 所費的時間是此光波週期的幾倍？經過薄膜的光波又如何？
- (c) 在一個楊格(楊氏)雙狹縫實驗裝置中，狹縫間的距離 a 為真空中之波長的 300 倍。請估計第 12 條亮紋與狹縫中央的連線與狹縫法線之夾角 θ 。
- (d) 以折射率為 n 的薄膜蓋住上述狹縫之一。此時的中央亮紋位於先前的第 12 條亮紋處。設 $n = 1.6$ ， $\lambda = 633 \text{ nm}$ ，試求薄膜的厚度。

六、已知理想氣體之莫耳定壓比熱 C_p 與莫耳定容比熱 C_v 間有如下之關係：

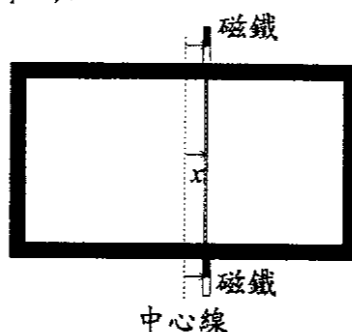
$$C_p = C_v + R \quad (R \text{ 為理想氣體常數})$$

又理想氣體在絕熱壓縮或絕熱膨脹時，滿足下列的方程式：

$$PV^\gamma = \text{定值} \quad (\gamma \equiv C_p/C_v)$$



(圖六)



(圖七)

今有一封閉的圓柱形容器(如圖六所示)，中間有一無摩擦力之活塞將容器分成等體積(V_0)的兩部分，其中各有 n 莫耳的理想氣體，開始時兩部分的溫度均為 T_0 。活塞為絕熱磁性材料所製成，截面積為 A ，容器長度為 $2L$ 。

- (a) 今在容器外用強力磁鐵將活塞往右移動 x 距離(如圖七所示)，則活塞兩邊氣體的壓力及溫度各為多少？(以 V_0 ， T_0 ， L 及 x 表示之)

(b) 假設圖七中之 x 比容器長度小很多，若此時將磁鐵向上下兩方迅速移走，試證明活塞將做簡諧運動，並求其運動的週期為多少？(活塞質量為 M)