1996年第27屆國際物理奧林匹亞競賽

國家代表隊複選考試

理論試題

1996年2月6日

考試時間：三小時

＜＜注意事項＞＞

1、本試題共有計算題六大題。每題二十五分，總分合計一五Ｏ分。

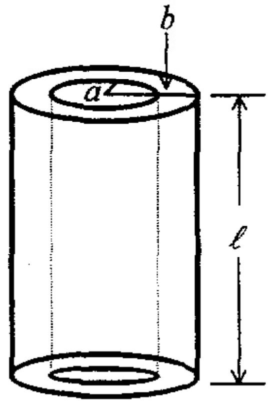
2、各計算題請在答案卷上指定之位置作答，每大題答案卷二頁。

3、可使用無程式之掌上型計算器。

1996 年第 27 屆國際物理奧林匹亞國家代表隊
複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

一、一同軸圓柱電纜導線，內外半徑分別為 a、b，長為ℓ，如右圖所示。此電纜線可視為一電容器，內外半徑間以空氣絕緣，設空氣可忍受的最大電場值為 E_{max}(超過此值，空氣將游離)。今若此電纜線外徑 b 為固定，欲使電纜線內外徑之間具有最大的電位差 V_{max}，則

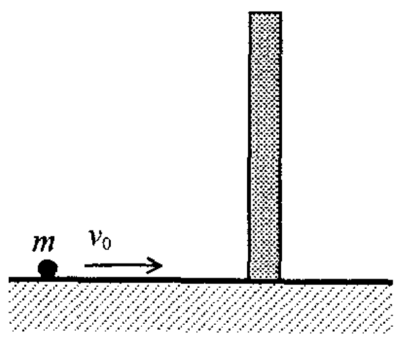


(a)內軸半徑 a 應為若干？。

(b)V_{max} 值為若干？

(c)此電纜線單位長度的電容為若干？

二、將質量為 M，長度為ℓ的均勻木桿直立放置在一光滑的水平面上。有一質量為 m 的小物體(物體大小可忽略)，沿水平面以 v_0 速度與木桿底部發生完全非彈性碰撞，



(a)求碰撞後瞬間

(i)系統(木桿和小物體)的質心速度。

(ii)系統的轉動角速度。

(iii)木桿本身之質心的速度。

(b)求碰撞後，當木桿與水平面夾成θ角時，木桿的轉動角速度。

三、設想地球的表層覆蓋著一層海水，假定地殼的形狀為球形(半徑為 6378 km)並且不考慮月球和太陽對地球的引力所造成潮汐的影響，由於地球的自轉會使得赤道處的海水深渡和在極地處(南北極)不同，回答下列各題：

(a)設想在海洋表面上有一小質點 m，繪出該質點的受力圖並寫出各力之間的關係式。

(b)海洋表面的形狀為何？試導出它的數學方程式。

(c)赤道和極地兩處的海水深度差為何？

(d)地球的自轉轉速必須至少多快時(以地球現行的轉速倍數表之)，才能使地表的海水飛濺入太空？

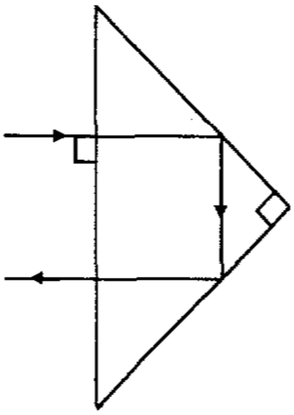
四、如下圖(一)所示，等腰直角三稜鏡常被用來將入射光線方向倒轉過來。三稜鏡的折射率為n。

(a)如果入射光正交於圖(一)中之斜邊面，則n至少為多少才能使光線在兩個直角面作全反射？

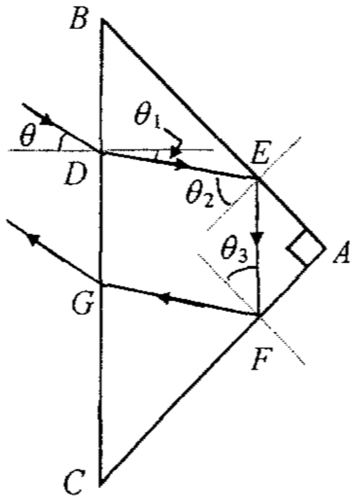
(b)如果入射光與斜邊面法線之夾角為θ(如圖(二)所示)，則θ要在什麼範圍之內才能使光線在兩個直角面作全反射(假設n大於1題中之最小值)？ 並證明反射回去的光線與入射光線平行。

(c)若在三稜鏡兩個直角面上鍍上一層折射率為n_f之介電質薄膜，試證明能折射進入薄膜之光線(如圖(三)所示)必會在與空氣之介面產生全反射，而且最後反射回去的光線與經由三稜鏡直角面直接反射回去的光線相合。

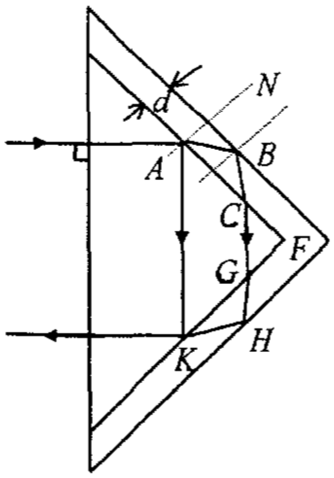
(d)設薄膜厚度為 d，入射光波長為λ，試算出圖(三)所示兩種不同光徑之間的相位差。



圖(一)



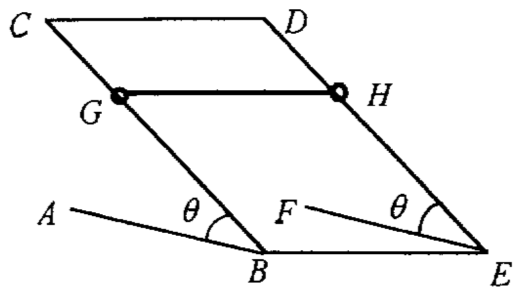
圖(二)圖中虛線為垂直各面之法線



圖(三)
圖中兩虛線分別為通過A點與B點之法線

五、一絕緣線$ABCDEF$被彎成如下圖之形狀，其中ABC面與DEF面平行。另一表面分布有均勻電荷$+q$的絕緣直線段GH，質量為m，兩端各被彎成圓環形，套在$\overline{CB}$及$\overline{DE}$兩線段上。圓環與$\overline{CB}$及$\overline{DE}$線段的間隙很小，且滑動摩擦係數

為 μ。今將此系統置於一均勻磁場 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向垂直於 ABC 及 DEF 面，且從 ABC 面指向 DEF 面。假設將 $\overline{GH}$ 在接近線段 $\overline{CD}$ 處(即線圈最高處)從靜止自由下滑，且假設 $\overline{CB}$ 及 $\overline{DE}$ 線段的長度甚長。



(a)試畫出 $\overline{GH}$ 線段剛下滑不久的受力圖。

(b)承(a)題，試寫出此時 $\overline{GH}$ 線段的運動方程式。

(c)當 $\overline{GH}$ 線段下滑速度變得很大時，則作用在 $\overline{GH}$ 線段上的各力，其方向會不會改變？若會改變，則那些力會變？為什麼？

(d)承(c)題，試寫出這時 $\overline{GH}$ 線段的運動方程式。

(e)試求出 $\overline{GH}$ 線段的最大下滑速度。

[提示：$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$，$C$ 為常數]

六、一長方體容器內每單位體積有 n 個單原子的氣體分子。假設每一個分子的能量為 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$，$k$ 為波茲曼常數，T 為氣體的絕對溫度，也假設在任一時刻，有 $\frac{1}{6}$ 的分子數垂直地朝向每一面的容器壁運動。氣體分子與器壁之間的碰撞為完全彈性碰撞。今使容器中的一面器壁(面積 A)以等速度 $\vec{u}$ 向內運動($u<<v$)， 回答下列各題：

(a)試求任一氣體分子與運動中的器壁碰撞後的瞬時速度(指相對於固定壁的速度)。

(b)承(a)題，試求每一分子在碰撞後所獲得的能量。

(c)承(a)題，試求在時間 t 內，有多少分子會與運動中的器壁相碰撞？容器所減少的體積 $-\Delta V$？所有氣體分子所獲得的能量 ΔE？(以 ΔV，n，T 表示之)。

(d)承(c)題，假定能量 ΔE 很快地為容器內的所有氣體分子分享，試求 ΔE 的另一種關係式(以 V、n，ΔT 表示之)。綜合(c)和(d)題，試求 $\Delta V/V$ 和 $\Delta T/T$ 之間的關係式。(V 為容器內氣體之體積，ΔT 是其溫度的改變量。)

(註)在推導過程中，若有 $\frac{u}{v}$ 的展開式，可略去 $\left(\frac{u}{v}\right)^2$ 或其以上的高次項。