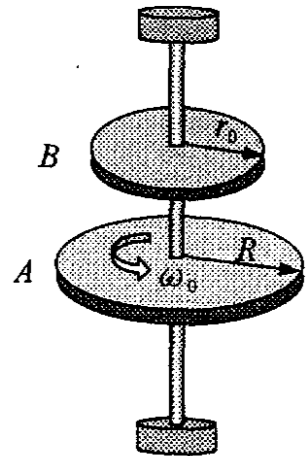


1998 年第 29 屆國際物理奧林匹亞競賽國家代表隊
複選考試試題

本試題共有計算題六大題，每題 25 分，合計 150 分。

- 一、右圖是一組飛輪與煞車鼓的裝置。 A 為一均勻圓盤形飛輪，其質量為 M ，半徑為 R ，繞通過圓心並垂直於盤面的轉軸轉動。 B 為煞車鼓，與 A 同軸，其半徑為 r_0 ($r_0 < R$)，只能沿軸上下平移，但不能轉動。開始時， A 以等角速度 ω_0 在 B 的正下方轉動。煞車時，讓煞車鼓 B 往下平移與 A 貼合在一起，利用 A 與 B 間的滑動摩擦進行煞車。假設 B 的表面材質經過特別加工處理，使得 B 對 A 盤面上任一點的附近，每單位面積所產生的摩擦力正比於該點的切線速度，比例常數為 K 。忽略轉軸本身的摩擦力，試問當 A 與 B 開始貼合在一起後， A 可再轉多少圈後才停止？



- 二、根據霹靂說(The Big Bang Theory)，現今宇宙中的所有物質在太始之初是縮聚在一點，在某一瞬間(定義為 $t=0$)突然爆炸開來，往各方向均勻膨脹。經許多年後，形成現在的宇宙，仍然在膨脹中。宇宙中所見的任一星系(Galaxy)，對整個宇宙而言，相當於一個質點。任何一個星系都可選作為宇宙的中心，其他的星系相對於該星系的速度，皆沿徑向遠離(即對此中心為球形對稱)。假設宇宙間的質量分布是均勻的，又各星系之間僅有萬有引力的作用，回答下列各題：

- (a) 選取某一星系(例如我們所在的銀河系)為座標原點，考慮徑向座標為 r 的另一星系的運動情形。設在半徑為 r 的球體內所含物質的總質量為 M ，萬有引力常數為 G ，寫出該星系的運動方程式。
- (b) 假設當 $r \rightarrow \infty$ 時，該星系的徑向速度 $\dot{r} \rightarrow 0$ ，試求該星系的徑向速度和其徑向座標之間的函數關係。
- (c) 繼續題(b)，試求徑向座標 r 和時間 t 之間的函數關係。
- (d) 美國天文學家哈柏經由觀察得知： $\dot{r} = Hr$ ，稱為哈柏定律，式中 H 為哈柏常數。測得 H 值約為 $0.5 \times 10^{-10} \text{ yr}^{-1}$ ，試求現在所見宇宙的年齡。

三、本題考慮熱輻射的問題。有關熱輻射的背景知識敘述如下：

若一物體表面的絕對溫度為 T ，發射率為 e ，則該物體表面每單位面積在每單位時間內所輻射出的電磁波能量，稱為輻射能通量， $J = e\sigma T^4$ ($J s^{-1} m^{-2}$)，式中 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ ($J s^{-1} m^{-2} K^{-4}$)，稱為史特凡-波茲曼常數。通常 $e < 1$ ，但對黑體而言， $e=1$ (即為完全輻射)。如果物體周圍的環境溫度為 T' ，則須考慮物體表面對入射輻射能的吸收。假定入射的輻射能通量為 $\sigma T'^4$ ， a 為物體表面的吸收率，則該物體表面所吸收的輻射能通量為 $J' = a\sigma T'^4$ ，通常 $a < 1$ ，但對黑體而言， $a=1$ (即為完全吸收)。因此物體表面對入射能量的反射率為 $r = 1 - a$ 。如果該物體和周圍的環境達成熱平衡，即 $T = T'$ ，則物體放射出去的和所吸收的輻射能通量應相等，所以 $e = a$ ，這就是所謂的克希何夫定律 (Kirchhoff's Law)。

現考慮兩片面積很大且平行相向對立的金屬板 A 和 B ，其溫度分別維持在 T_A 和 T_B ， $T_A > T_B$ 。 A 和 B 兩金屬板面的發射率分別為 e_1 和 e_2 。

(a) 假想在兩金屬板面之間的一個虛設的平行截面，試求通過該截面的淨輻射能通量，以 T_A 、 T_B 、 e_1 、和 e_2 表示之。

(註：由於兩金屬板面不是黑體，你必須考慮熱輻射能量在兩板面之間的來回反射和吸收。)

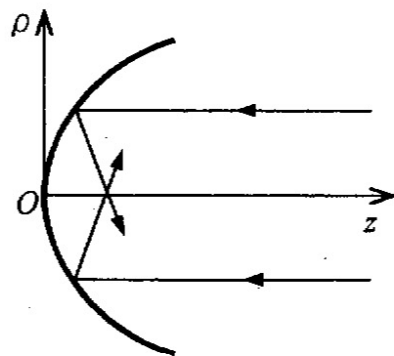
(b) 若是在兩金屬板中間放入另一塊大面積的金屬板，其發射率為 e ，則在其達成穩定狀態時的溫度 T 為何？該溫度是否和金屬板所放置的位置有關？

(c) 在(b)題中，若 $e = e_1 = e_2$ ，則在穩定狀態時，兩對金屬板間之間的淨輻射能通量為何？

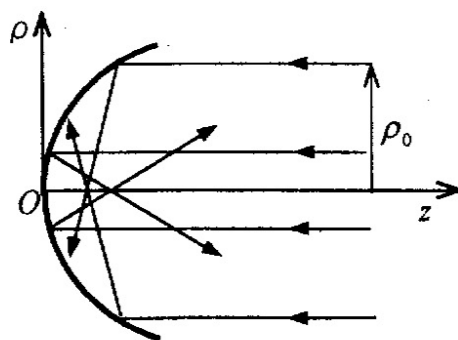
(d) 為了降低金屬板 A 和 B 之間的熱輻射損失，即減少兩板面之間的淨輻射能通量，我們可選用一塊厚度為 d 的金屬板，插入兩金屬板之間，或者選用 n 片厚度各為 (d/n) 的金屬片間隔插入兩金屬板之間，那一種方式較佳？

四、

(a) 有一拋物面鏡如右圖所示， z 軸為其對稱軸 (光軸)，以拋物面鏡之頂點 O 為圓柱座標系統中 (ρ, ϕ, z) 之原點。該拋物面鏡之鏡面方程式為 $z = k\rho^2$ ，式中 k 為一常數。試證明與光軸平行之入射光束會聚焦在光軸上 $z = \frac{1}{4k}$ 處 (即焦距 $f = \frac{1}{4k}$)。



(b)拋物面鏡不易製作，且成本甚高，因此在實用上常以球面鏡代替之。在 O 點附近與此拋物面鏡曲率相同之球面鏡，其半徑為何？



(c)如右圖之球面鏡(半徑為 R)，平行於光軸之入射光束不會完全聚焦在一點。光線交會區域會隨光束半徑 ρ_0 之增大而變大，這種現象稱為球面像差。試求出光線交會區域在光軸上的長度與光束半徑 ρ_0 之關係。

五、一個氦分子由兩個帶負電的電子和兩個帶正電的質子組成。我們可構想一個有關氦分子內部的電量分布模型：兩個電子的電量， $-2e$ ，均勻地分布在一個半徑為 R 的圓球內，稱為電子雲，而兩個質子為此電子雲中的兩個帶電質點，其電量和質量分別為 $+e$ 和 m 。假設電子雲的電量分布保持不變，各粒子間只有靜電作用力，回答以下各問題：

- 當氦分子處於靜力平衡狀態時，兩質子間的距離為何？
- 欲組成該電子雲所須作的功，最少為何(即求電子雲的靜電位能)？
- 欲組成一個氦分子所須作的功，最少為何(即求整個氦分子之靜電位能)？
- 若氦分子的質心不動，則兩質子於平衡位置附近做簡諧振動時，其頻率為何？
- 若氦原子也可視為是半徑為 R 的圓球形均勻電子雲，位於其中心處的質子可視為是一個點電荷，則欲使氦分子解離為兩個相距無窮遠的氦原子時，所須作的功，最少為何(即求氦分子的解離能)？

六、一半徑為 b ，厚度為 t ，電導係數為 σ 的圓盤，在均勻磁場 B_0 中以等角速度 ω 旋轉，其轉軸為通過圓盤中心，垂直於盤面的圓柱形導體，半徑為 a ，如下圖左所示。在轉盤的邊緣緊貼上一圈集電環。此系統相當於一發電機，其等效電路如下圖右所示， V_{oc} 為斷路電壓(即不接負載時， A 和 B 兩點間的電壓)， R 為轉盤上的等效電阻。回答下列各題：

- 在轉盤上所產生的電流分布為何形狀？
- 求 V_{oc} 和 R ，以已知量表示之。
- 當 A 和 B 兩點短路時，輸出的電流有多大？

